

Concours d'accès à la première année du cycle ingénieur (session 17/07/2019)
Epreuve de Mathématiques (Durée 1h 45 min)
QUESTIONS A CHOIX MULTIPLES

Lisez soigneusement les consignes ci-dessous :

- Les formulaires, les calculatrices, les téléphones portables ainsi que tous les appareils électroniques ne sont pas autorisés.
- Ce QCM comporte 20 questions. Pour chaque question, une des quatre propositions **A**, **B**, **C**, **D** est correcte.
- Le candidat doit mettre une croix correspondante à la réponse choisie sur la fiche des réponses.
- Barème : Réponse juste = 2 point ; Réponse fausse = -1 point ; Pas de réponse = 0 point.

1. Soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications telles que $g \circ f$ est surjective, où E , F et G sont des ensembles quelconques. Alors :

- ☐ **A** g est injective.
- ☐ **B** f est injective.
- ☐ **C** g est surjective.
- ☐ **D** f est surjective.

2. Soient $P(X) = X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 2X + 3$ et $Q(X) = X^4 - 2X^3 - 3X^2$ des polynômes de $\mathbb{R}[X]$. Notons D le pgcd de P et Q . Alors :

- ☐ **A** $D(X) = X - 1$.
- ☐ **B** $D(X) = X + 1$.
- ☐ **C** $D(X) = (X - 3)(X + 1)$.
- ☐ **D** $D(X) = (X - 3)(X + 1)^2$.

3. On considère un polynôme P non nul tel que :

$$P(X^2) + P(X+1)P(X) = 0.$$

- ☐ **A** Si a est une racine de P , $\forall n \in \mathbb{N}^*$, a^{2^n} et $(a-1)^{2^n}$ sont aussi racines de P .
- ☐ **B** Si a est une racine de P , $\forall n \in \mathbb{N}^*$, a^{2^n} et $(a-1)^{2^n}$ sont aussi racines de P .
- ☐ **C** Si a est une racine non nulle de P , a et $a+1$ sont des racines de l'unité.
- ☐ **D** Si P n'est pas constant, les racines de P sont 0 , 1 , $-j$ et $-\bar{j}$.

4. On considère la fraction rationnelle :

$$F(x) = \frac{1}{(X^2 - 1)(X + 1)^2}.$$

La décomposition en éléments simples de F est :

- ☐ **A** $F(X) = \frac{-1}{X-1} + \frac{-1}{X+1} + \frac{-1}{(X+1)^2} + \frac{-1}{(X+1)^3}$.
- ☐ **B** $F(X) = \frac{1}{X-1} + \frac{-1}{X+1} + \frac{-1}{(X+1)^2} + \frac{-1}{(X+1)^3}$.
- ☐ **C** $F(X) = \frac{1}{X-1} + \frac{-1}{X+1} + \frac{-1}{(X+1)^2} + \frac{1}{(X+1)^3}$.
- ☐ **D** $F(X) = \frac{1}{X-1} + \frac{1}{X+1} + \frac{-1}{(X+1)^2} + \frac{1}{(X+1)^3}$.

5. Parmi les familles ci-dessous, laquelle est une base de $\mathbb{R}^3$?

- ☐ A $\mathcal{A} = \{(1, 1, 2), (0, -1, 1)\}$. ✓
☐ B $\mathcal{B} = \{(1, 1, 2), (0, -1, 1), (1, 0, 1)\}$. ✓
☐ C $\mathcal{C} = \{(1, 1, 2), (0, 1, 1), (1, 0, 1)\}$. ✗
☐ D $\mathcal{D} = \{(1, 1, 2), (0, -1, 1), (1, 0, 1), (2, 1, 3)\}$.

6. Quelle est la valeur du déterminant

$$h = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

- ☐ A $h = -4$.
☐ B $h = 2$.
☐ C $h = 0$.
☐ D $h = 4$.

7. Soit l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$. On note $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$ sa base canonique. Soit f l'endomorphisme de E qui à tout vecteur (x, y, z) associe le vecteur $(x + 3z, 0, y - 2z)$.

- ☐ A $f(e_1) = e_1 + 3e_3, f(e_2) = 0, f(e_3) = e_2 - 3e_3$.
☐ B $\{e_2\}$ est une base de $\ker(f)$.
☐ C f est de rang 3 car E est de dimension 3.
☐ D $\{e_1, e_3\}$ est une base de $\text{Im}(f)$.

8. $\mathbb{R}^3$ est muni de sa base canonique $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$. Soit N une matrice carrée d'ordre 3 nilpotente d'indice 3, c'est-à-dire que $N^3 = 0$ et $N^2 \neq 0$. N est la matrice de $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ dans la base $\mathcal{B}$.

- ☐ A $N^3 = 0$ donc $N = 0$.
☐ B $\dim \ker(N) = 3$.
☐ C $\forall u \in \mathbb{R}^3, f^2(u) \neq 0$.
☐ D Il existe $u \in \mathbb{R}^3$ tel que $f^2(u) \neq 0$.

9. Soit $u \in \mathbb{R}^3$ tel que $f^2(u) \neq 0$.

- ☐ A $\mathbb{R}^3$ est de dimension 3, donc toute famille de 3 vecteurs de $\mathbb{R}^3$ est une base.
☐ B $\{f^2(u), f(u), u\}$ est une famille libre de $\mathbb{R}^3$.
☐ C $\{f^2(u), f(u), u\}$ n'est pas une famille génératrice de $\mathbb{R}^3$.
☐ D Il existe une base de $\mathbb{R}^3$ dans laquelle la matrice de f est diagonale.

10. Soient H et K deux sous-espaces vectoriels supplémentaires d'un espace vectoriel E de dimension finie. Soit $\{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ une base de K , et $a \in H$.

- ☐ A $\dim(\text{Vect}\{e_1 + a, e_2 + a, \dots, e_k + a\}) < k$. ✗
☐ B $\text{Vect}\{e_1 + a, e_2 + a, \dots, e_k + a\}$ est supplémentaire à H .
☐ C $\text{Vect}\{e_1 + a, e_2 + a, \dots, e_k + a\} = K$. ✗
☐ D On peut montrer que tout sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel de dimension finie admet au moins deux supplémentaires.

11. Soit $\alpha > 0$ et $u_n = \cos\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) - 1, \forall n \geq 1$. La série $\sum u_n$ converge si et seulement si

- ☐ A $\alpha > 1$ ☐ B $\alpha > \frac{1}{2}$ ☐ C $\alpha > 2$ ☐ D $\alpha > 0$.

12. Le développement asymptotique d'ordre 1 de la suite $u_n = \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n$ est donnée par :

- ☐ A $e^a - \frac{a^2 e^a}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$.

- ☐ $1 - \frac{a^2 e^a}{n} + o\left(\frac{1}{n^2}\right).$
☐ $\frac{a^2 e^a}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right).$
☐ $1 - \frac{e^a}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right).$

13. Soit f une fonction positive, bornée, de classe C^k sur $\mathbb{R}^+$, on pose $F(x) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-xt} dt$, alors sur $]0, +\infty[$, la fonction F est de classe

- ☐ C^{k-1}
☐ C^∞
☐ C^{k+1} .

14. Soit f une fonction continue sur $[0,1]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. Quelle est la limite de $I_n = \int_0^1 f\left(\frac{x^n}{n+1}\right) dx$

- ☐ $f(1)$
☐ 0
☐ $\int_0^1 f(x) dx.$

15. Pour $n \geq 2$, on définit $I_n = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^n}$. Quelle fonction dominante nous permet d'utiliser le théorème de la convergence dominée

- ☐ $g(x) = 1.$
☐ $g(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x \leq 2 \\ \frac{1}{1+2^n} & \text{Si } x > 2 \end{cases}$
☐ $g(x) = \frac{2}{1+x^2}$
☐ $\begin{cases} 1 & \text{Si } x \leq 1 \\ 0 & \text{Si } x > 1 \end{cases}.$

16. Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}^2$, on pose $I = \iint_D f(x,y) dx dy$, où D est le disque fermé de centre $(0,0)$ et de rayon 1, l'intégrale I se ramène au calcul de

- ☐ $2\pi \int_0^1 r f(\sqrt{r}) dr$
☐ $\int_0^1 f(r) dr$
☐ $\int_0^1 f(\sqrt{r}) dr$
☐ $2\pi \int_0^1 r f(r) dr$

17. La fonction $f(x,y) = x^2 + 2xy + y^2$ présente en $(0,0)$

- ☐ un point selle
☐ un maximum local
☐ un minimum local.
☐ un point non critique.

18. Soit f une fonction continue, intégrable sur $\mathbb{R}_+$ et $F(x) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-xt} dt$ sa transformée de Laplace, La limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ vaut

- ☐ A $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$
- ☐ B n'existe pas.
- ☐ C $+\infty$.

19. On considère la série entière complexe de terme générale $u_n(z) = \frac{(z+1)^{2n}}{2^n}$, le domaine de convergence de cette série est

- ☐ A Le disque ouvert de centre 0 et de rayon 2.
- ☐ B Le disque fermé de centre -1 et de rayon $\sqrt{2}$.
- ☐ C Le disque fermé de centre -1 et de rayon 2
- ☐ D Le disque ouvert de centre -1 et de rayon $\sqrt{2}$.

20. Soit f une fonction à variable complexe, holomorphe sur le disque fermé de centre $(0,0)$ et de rayon $r > 0$. on note C_r le cercle de centre $(0,0)$ et de rayon r , alors l'intégrale $\int_{C_r} (f(z) + \frac{f(z)}{z}) dz$ vaut

- ☐ A $2\pi i(f(0) + f'(0))$
- ☐ B 0
- ☐ C $2\pi i f(0)$
- ☐ D $\int_{C_r} f(z) dz$.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ BONNE CHANCE ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

Le sujet suivant à préparer

النموذج التالي للتحضير

**نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي -
المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016**

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale –
École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

Chaîne WhatsApp

قناة واتساب

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

www.wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube

قناة يوتيوب

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami

أرسل النموذج لصديق

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me