

3. La hauteur, en mètres, d'une ligne électrique de 160m peut être modélisée par la fonction h définie sur $[-80, 80]$ par

$$h(\mathbf{x}) = 10 \left(\exp \left(\frac{\mathbf{x}}{40} \right) + \exp \left(-\frac{\mathbf{x}}{40} \right) \right)$$

Quelle est la hauteur moyenne de cette ligne électrique?

[The page contains faint, illegible horizontal lines suggesting ghosting or extremely faded text.]

4. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \exp(-x)$$

Montrer que f possède un minimum global sur $\mathbb{R}^2$ et qu'elle ne possède pas de maximum global.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are approximately 20 lines visible. The paper has a slightly aged appearance with some minor discoloration and faint smudges. The edges of the paper are slightly irregular.

5. Représenter graphiquement le domaine de (x, y) tel que

$$\frac{x^2}{2} - y + 1 \leq 0 \leq \frac{x^2}{4} - y + 2$$

[illegible]

6. Questions à réponses précises (Partie A)

Questions	Réponses
Répondre simplement par Vrai ou Faux à chaque question. On rappelle que $2 < e < 3$. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)\exp(2x)$. Pour α réel, on pose $I(\alpha) = \int_{\alpha}^{-1} f(x) dx$ a) La fonction f vérifie $y'(x) - 2y(x) = \exp(2x)$ b) L'équation $f(x) = \frac{1}{16}$ a deux solutions distinctes. c) On a $\forall \alpha \in \mathbb{R}, I(\alpha) = -\frac{1}{4e^2} - \frac{2\alpha+1}{4} \exp(2\alpha)$ d) On a $\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} I(\alpha) = +\infty$	a) b) c) d)
Etudier l'existence et la valeur éventuelle d'une limite en $(0,0)$ des fonctions suivantes : a) $\frac{xy}{x+y}$ b) $\frac{xy}{x^2+y^2}$ c) $\frac{1+x^2+y^2}{y} \sin y$ d) $\frac{x^2y^2}{x^2+y^2}$	a) b) c) d)
Déterminer les primitives des fonctions suivantes : a) $f(x) = \frac{e^{3x}}{1+e^{3x}}$ b) $g(x) = \frac{1}{x \ln x}$	a) b)
On considère la fonction f suivante : $f(x,y) = \frac{x^2y}{x^2+y^2+xy}$ Donner l'expression de f en coordonnées polaires	
On considère la fonction réelle f définie par $f(x,y) = \frac{x^2}{y-2x^2}$ Calculer le gradient de f en tout point du domaine de définition de f	
Ecrire le développement limité à l'ordre 1 de f au point $(1,1)$ (l'expression de f est celle de l'exercice de la question précédente).	

7. Questions à réponses précises (Partie B)

Questions	Réponses
Déterminer les réels a, b, c tels que pour tout x différent de $\frac{1}{2}$, on a $\frac{x^2 - 1}{2x - 1} = ax + b + \frac{c}{2x - 1}$	
Parmi les familles ci-dessous, laquelle (si elle existe) est une base de $\mathbb{R}^3$ $A = ((1, 1, 2), (0, -1, 1))$, $B = ((1, 1, 2), (0, -1, 1), (1, 0, 1))$, $C = ((1, 1, 2), (0, 1, 1), (1, 0, 1))$, $D = ((1, 1, 2), (0, -1, 1), (1, 0, 1), (2, 1, 3))$	
Parmi les espaces suivants, lequel n'est pas un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}_2[X]$? L'ensemble A des polynômes p tels que $p(2) = 0$ L'ensemble B des polynômes p tels que $p' = 0$ L'ensemble C des polynômes p tels que $p(3)^2 = 1$. L'ensemble D des polynômes p de la forme $p(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a + b + c = 0$	
Soit $B = \{(1, 1), (1, -1)\}$ une base de $\mathbb{R}^2$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $(5, -3)$ dans B ?	
Donnez la matrice A telle que pour tout indice i et j avec $1 \leq i \leq 3$ et $1 \leq j \leq 3$, le terme a_{ij} soit donné par la formule $a_{ij} = 2i - j$	
Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Trouver une matrice $B \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ telle que $BA = I_2$ avec I_2 est la matrice identité de dimension 2.	
Résoudre l'équation $2x^2 - x - 1 - 5 = 0$	
Effectuer la division euclidienne de $P(x) = 4x^5 - 2x^3 + x - 1$ par $q(x) = -2x^2 - 1$	
Calculer $I = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k(k+1)}$	
On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5\sqrt{u_n} - 3$ et $v_n = \frac{-2}{n+1} + 1$. Calculer le quinzième terme de chaque suite	
On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5\sqrt{u_n} - 3$ et $v_n = \frac{-2}{n+1} + 1$. Étudier le sens de variation des suites (u_n) et (v_n)	