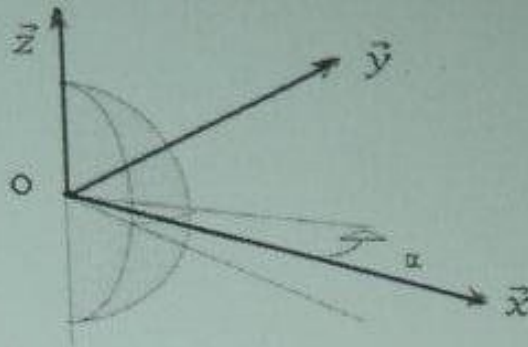


I - Soit $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère orthonormé direct et S le solide homogène défini en coordonnées sphériques par $\psi \in [-\alpha, \alpha]$ ($0 < \alpha < \pi$), $\theta \in [0, \pi]$ et $r \in [0, R]$.

1- Déterminer la position du centre d'inertie G de S .

2- Déterminer $J(O)$ par sa matrice dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$



II - Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen, $(O\vec{z}_0)$ étant la verticale descendante.

Soit (T) une tige rectiligne, de section et de masse négligeable, tourne dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ autour de l'axe $(O\vec{z}_0)$ [la verticale descendante], Le point O est un point commun à $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et à la tige (T) avec une vitesse angulaire Ω constante. Soit $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ le repère orthonormé direct lié à la tige (T) , l'axe $(O, \vec{x}_1)$ étant porté par la tige (T) .

On pose $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \Omega t$ et $\vec{g} = g\vec{z}_0$.

Soit (D) un disque plein, homogène, de masse M de centre G et de rayon R , glisse et tourne par rapport à la tige (T) de façon que G reste sur (T) et que le mouvement de rotation du disque (D) autour de (G) soit le plus général.

Soit $R_2(G, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$ le repère orthonormé direct lié au disque (D) , $(G\vec{z})$ étant l'axe de révolution du disque.

La position du disque (D) étant repérée dans $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ par :

$\vec{OG} = \rho \vec{x}_1$ et par les trois angles d'Euler habituels :

$$R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0) \xrightarrow{\psi} R_2(G, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_0) \xrightarrow{\theta} R_2(G, \vec{u}, \vec{w}, \vec{z}) \xrightarrow{\phi} R_2(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

1- Déterminer la vitesse de G en mouvement par rapport à $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

2- Donner le vecteur rotation $\vec{\Omega}(D/R_1)$ et $\vec{\Omega}(D/R_0)$.

3- Déterminer par leurs composantes dans le repère $(\vec{u}, \vec{w}, \vec{z})$ lié à R_2 : $\vec{\Omega}(D/R_0)$ et $J(G, D)$.

$J(G, D)$: la matrice d'inertie du disque (D) en G .

4- Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}(G, D/R_0)$ qu'on exprimera dans la base $(\vec{u}, \vec{w}, \vec{z})$.

5- Déterminer l'énergie cinétique du disque (D) dans son mouvement par rapport à R_0 .

