

Exercice 1 : 7pts

Soit la suite (U_n) définie par :

$$U_0 = 2 \quad \text{et} \quad U_{n+1} = \frac{5U_n - 3}{U_n + 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1. Etablir que $U_n \neq 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$
2. On considère la suite (V_n) définie par la relation $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n - 1}$
 - a. Montrer que V_n est une suite géométrique et calculer sa limite.
 - b. En déduire la limite de la suite (U_n)

Exercice 2 : 6 pts

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$f(x) = (1 - e^{-x}) \log x \quad \text{si } x \neq 0 \quad \text{et} \quad f(0) = 0$$

1. Etudier la continuité de f sur $[0, +\infty[$
2. Etudier la dérivabilité de f sur $[0, +\infty[$
3. Est-ce que f est de classe C^1 sur $[0, +\infty[$ justifier votre réponse

Exercice 3 : 7 pts

Intégrer l'équation différentielle suivante :

$$xy - (x - 1)y = 0 \quad (E)$$

indiquer les intervalles où l'équation (E) admet des solutions.