

Concours d'accès
aux filières d'ingénieurs (GC-RISI-FA) Epreuve de Mathématiques

Noms :	Prénoms :
C.N.E. :	N Examen :

N.B : Cocher la bonne réponse dans la case vide.

Barème : 1 point pour bonne réponse ; 0 point pour mauvaise réponse.

Exercice	Réponse1	Réponse2	Réponse3
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Exercice 1

Deux événements A et B vérifient $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,12$. Quelles sont les affirmations vraies :

Réponse1	Réponse2 ☒	Réponse3
$P(A \cup B) = 0,7$	A et B sont indépendants	A et B sont incompatibles

Exercice 2

Une classe est constituée de 18 garçons et 12 filles. Le tiers des filles et la moitié des garçons aiment les mathématiques. On choisit un élève de la classe au hasard et on note A l'événement "l'élève est une fille" et B l'événement "l'élève aime les maths". Quelle est l'affirmation vraie :

Réponse1	Réponse2	Réponse3 ☒
$P(A) = 0,5$	$P(A \cap B) = \frac{1}{3}$	$P(A B) = \frac{4}{13}$

Exercice 3

On choisit un élève dans la même classe que la question précédente, et on constate qu'il aime les maths. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un garçon.

Réponse1	Réponse2	Réponse3
0,5	$\frac{4}{13}$	$\frac{9}{13}$

Exercice 4

Un joueur joue 4 parties successives et indépendantes d'un jeu où il a une chance sur quatre de gagner chaque partie. La probabilité qu'il gagne exactement deux parties est :

Réponse1	Réponse2	Réponse3
$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{27}{128}$

Exercice 5

Un standard téléphonique reçoit en moyenne 2 appels par minute, la probabilité qu'il se passe deux minutes sans qu'il y ait d'appel est

Réponse1	Réponse2	Réponse3
e^{-4}	$\frac{e^{-4}}{2}$	$\frac{e^{-4}}{6}$

Exercice 6

Une réunion rassemble 20 personnes : 12 femmes et 8 hommes. On sait que 20% des femmes fument et 40 % des hommes fument. Une personne quitte la réunion en fumant. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une femme :

Réponse1	Réponse2	Réponse3
0,53	0,43	0,6

Exercice 7

On lance successivement deux dés bien équilibrés à six faces. Quelles la probabilité que le résultat du premier dé soit inférieur ou égal au résultat du second.

Réponse1	Réponse2	Réponse3
$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{9}{12}$

Exercice 8

En utilisant le développement limité à l'ordre deux de la fonction $x \rightarrow e^x$ au voisinage de 0. La limite de $\frac{1}{x} \ln \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)$ quand x tend vers 0 est :

Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
0	$\frac{1}{2}$	1

Exercice 9

A l'aide d'un changement de variables, montrer que l'intégrale

$$\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$$

vaut :

Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$2 - \frac{\pi}{2}$

Exercice 10

La solutions de l'équation différentielle

$$2y'' - 6y' + 4y = xe^{2x}$$

est :

Réponse 1	$y(x) = ae^x + be^{2x}$, avec $a, b \in \mathbb{R}$,
Réponse 2	$y(x) = (a - x)e^x + be^{2x}$, avec $a, b \in \mathbb{R}$,
Réponse 3	$y(x) = ae^x + be^{2x} + e^{2x} \left(\frac{x^2 - 2x}{4} \right)$, avec $a, b \in \mathbb{R}$,

Exercice 11

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie par

$$f(x, y) = 4x^2 + 4y^2 - (x + y)^4.$$

Alors le point $p = (0, 0)$

Réponse 1	est un maximum local de f
Réponse 2	est un point selle de f
Réponse 3	est un minimum local de f

Exercice 12

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie par $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq 0 \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ On peut affirmer que

Réponse 1	f n'est ni différentiable ni continue
Réponse 2	f n'est pas différentiable mais elle est continue
Réponse 3	f est différentiable et elle est continue

Exercice 13

L'intégrale $\int_0^{+\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{t^2} \right) dt$ converge vers :

Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
0	$+\infty$	π

Exercice 14

Le rayon de convergence de la série entière

$$\sum_{n \geq 0} e^{-n^2} z^n$$

est :

Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1	$+\infty$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Exercice 15
Soit A la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres de A sont :

Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
✓ 1 et 2	0, 1 et 2	1 et -2

Exercice 16
Le déterminant de la matrice :

$$\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a \end{pmatrix}$$

est :

Réponse 1	Réponse 2 ✓	Réponse 3
$(a-1)^2(a+3)^2$	$(a-1)^3(a+3)$	$(a-1)(a+3)^3$

Exercice 17
Si $a \equiv 3$ dans la matrice de l'exercice précédent, le rang de A est :

Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
3	2	1

Exercice 18
La décomposition dans $\mathbb{R}(X)$ de la fraction rationnelle

$$\frac{4}{(X^2-1)(X^2+1)}$$

est

✓ Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
$\frac{1}{X-1} - \frac{1}{X+1} - \frac{2}{X^2+1}$	$\frac{2}{X-1} - \frac{1}{X+1} - \frac{1}{X^2+1}$	$\frac{1}{X-1} - \frac{1}{X+1} - \frac{1}{X^2+1}$

Exercice 19
La décomposition dans $\mathbb{C}(X)$ de la fraction rationnelle

$$\frac{-2X^2+12}{(X^2-1)(X^2+4)}$$

est

Réponse 1	Réponse 2 ✓	Réponse 3
$\frac{2}{X-1} - \frac{1}{X+1} - \frac{i}{X-2i} + \frac{i}{X+2i}$	$\frac{1}{X-1} - \frac{1}{X+1} + \frac{i}{X-2i} - \frac{i}{X+2i}$	$\frac{1}{X-1} - \frac{1}{X+1} + \frac{2i}{X-2i} - \frac{2i}{X+2i}$

Exercice 20
Dans un espace vectoriel de dimension n

Réponse 1 ✗	Réponse 2	Réponse 3
Toute famille libre a au moins n éléments	Toute famille de n éléments est une base	Toute famille génératrice a au moins n éléments ✓