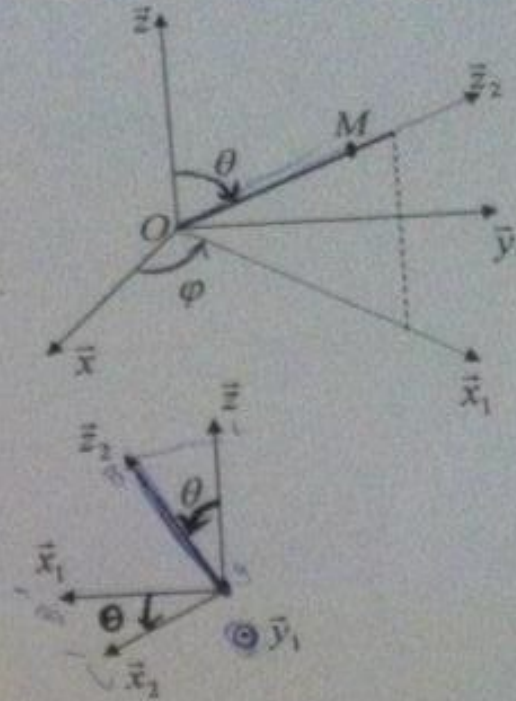
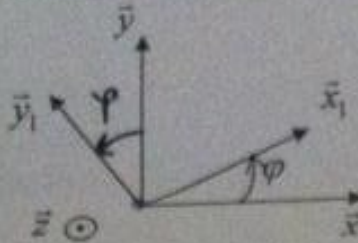


Concours d'accès aux filières d'ingénieurs
Epreuve de Mécanique

Exercice

Le repère fixe $R(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est considéré galiléen.
Un anneau M de masse m , assimilé à un point matériel, glisse sur une tige matérielle (T) (voir Figure).
Le repère $R_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ est obtenu par une rotation d'angle φ , autour de l'axe $\vec{z}$, par rapport au repère R .
Le repère lié au mouvement de la tige (T) est $R_2(O; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.
 R_2 est obtenu par une rotation d'angle θ , autour de l'axe $\vec{y}_1$, par rapport au repère R_1 .



Les hypothèses de l'exercice sont les suivantes :

On étudie le mouvement de $M(m)$ par rapport au repère $R_2(O; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$.

Tous les résultats seront exprimés dans la base du repère R_2 .

On considère que l'angle θ est constant : $\dot{\theta} = 0$.

$\overrightarrow{OM} = r \vec{z}_2$, r est variable.

$M(m)$ glisse sans frottement sur (T) .

1°) Montrer que $\vec{\Omega}_{R_2/R} = -\dot{\varphi} \sin \theta \vec{x}_2 + \dot{\varphi} \cos \theta \vec{z}_2$.

2°) Calculer $\vec{V}(M/R_2)$.

3°) Calculer $\vec{\gamma}(M/R_2)$.

4°) Quelle est la nature du repère R_2 ?

5°) Par application du PFD dans R_2 , déterminer l'équation du mouvement en exprimant $\ddot{r}$ en fonction de g, θ, r et $\dot{\varphi}$. Le non frottement étant traduit par une expression de la réaction

telle que : $\vec{R} = R_1 \vec{x}_2 + R_2 \vec{y}_1$

6°) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, retrouver l'équation différentielle du mouvement de M dans R_2 .

7°) Calculer $\vec{V}(M/R)$.