



Concours d'entrée au cycle préparatoire au diplôme d'ingénieur UM6P-CC 2024
Durée de l'épreuve : deux heures (2h)
Calculatrices et smartphones interdits.
Nombre de pages de l'énoncé : 6.

Veuillez lire attentivement **les recommandations** suivantes avant de commencer à répondre aux questions.

- L'épreuve est composée de 25 questions à choix multiples (QCM). Les questions sont **indépendantes**.
- Le choix de réponse est unique, cocher la bonne réponse. Une réponse correcte vaut **1 point**, une réponse fausse est sanctionnée par **-0.5 point** et une non-réponse est sanctionnée par **-0.25 point**.
- Certaines réponses ne demandent que des arguments de bon sens; d'autres réponses exigent des calculs faits à part et qui n'ont pas à être reproduits. Du papier de brouillon est fourni pour ces calculs.
- Une feuille de réponse vous sera fournie séparément. **Vous n'avez droit qu'à une seule feuille de réponse**, alors veuillez à bien réfléchir avant d'y inscrire vos réponses. **Vous devez cocher à l'intérieur des cases sans les dépasser.**

1. Toute fonction périodique et non constante.
 - (A) admet une limite en $+\infty$.
 - (B) n'admet pas de limite en $+\infty$.
 - (C) est linéaire.
 - (D) est dérivable.

2. $\inf_{x \in \mathbb{R}_+^*} (E(x) + E(\frac{1}{x}))$ avec E désigne la partie entière.
 - (A) 1.
 - (B) 2.
 - (C) 3.
 - (D) 4.

3. Soit $h(x) = \sqrt{x^3 + 2x^2 + 3} - \alpha x \sqrt{x + \beta}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Pour quelles valeurs de α et β la fonction h admet-elle une limite finie en $+\infty$?
 - (A) $\alpha = 1$ et $\beta = 2$.
 - (B) $\alpha = 2$ et $\beta = 1$.
 - (C) $\alpha = 1$ et $\beta = 0$.
 - (D) $\alpha = 1$ et $\beta = 1$.

4. Soit $u_n = \frac{1}{n^3} \sum_{k=1}^n kE(kx)$, $n \in \mathbb{N}^*$ avec E désigne la partie entière.
 - (A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{x}{n}$.
 - (B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = x$.
 - (C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{x^2}{2}$.
 - (D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{x}{3}$.

5. Soit $P(X) = X^6 + 4X^5 + X^4 - 10X^3 - 4X^2 + 8X$.
 - (A) 0 est une racine double.
 - (B) -1 est une racine double.
 - (C) 1 est une racine double.
 - (D) 2 est une racine double.

6. La valeur de l'intégrale $\int_0^1 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$ est :
- (A) $\ln(1 + \sqrt{2}) - (\sqrt{2} + 1)$.
- (B) $\ln(1 + \sqrt{2}) - (\sqrt{2} - 1)$.
- (C) $\ln(1 + \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - 1)$.
- (D) $\ln(1 + \sqrt{2}) + (\sqrt{2} + 1)$.
7. Soit $x \in \mathbb{R}$, la valeur de l'intégrale $\int_0^x \arctan t dt$ est :
- (A) $x \arctan x - \ln(\sqrt{1 + x})$.
- (B) $x \arctan x + \ln(\sqrt{1 + x^2})$.
- (C) $x \arctan x - \ln(\sqrt{1 + x^2})$.
- (D) $x \arctan x + \ln(\sqrt{1 + x})$.
8. On note Γ l'ensemble des (x, y) qui vérifient le système :
$$\begin{cases} 2^x = y^2 \\ 2^{x+1} = y^{2+x} \end{cases}$$
- (A) $\Gamma = \{(\sqrt{3}, \sqrt{3}); (-\sqrt{3}, \sqrt{3})\}$.
- (B) $\Gamma = \left\{ \left(\sqrt{3}, \sqrt{3}^{\sqrt{3}} \right); \left(-\sqrt{3}, \sqrt{3}^{\sqrt{3}} \right) \right\}$.
- (C) $\Gamma = \left\{ \left(\sqrt{2}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \right); \left(-\sqrt{2}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}} \right) \right\}$.
- (D) $\Gamma = \{(\sqrt{2}, \sqrt{2}); (-\sqrt{2}, \sqrt{2})\}$.
9. Les solutions générales de l'équation différentielle $3y'' - 2y' - y = 4xe^{-x}$ sont :
- (A) $x \mapsto (x+2)e^{-x} + ae^{\frac{1}{3}x} + be^{-x}, (a, b) \in \mathbb{R}^2$.
- (B) $x \mapsto (x+2)e^{-x} + ae^{-\frac{1}{3}x} + be^x, (a, b) \in \mathbb{R}^2$.
- (C) $x \mapsto (x+2)e^{-x} + ae^{\frac{1}{3}x} + be^x, (a, b) \in \mathbb{R}^2$.
- (D) $x \mapsto (x+2)e^{-x} + ae^{-\frac{1}{3}x} + be^{-x}, (a, b) \in \mathbb{R}^2$.
10. Deux tireurs F et E tirent simultanément sur une cible. La probabilité que F touche la cible est $\frac{4}{5}$, la probabilité pour E est de $\frac{3}{4}$. La probabilité que la cible soit atteinte est :
- (A) $\frac{1}{20}$.
- (B) $\frac{1}{4}$.
- (C) $\frac{1}{5}$.
- (D) $\frac{19}{20}$.

11. L'aire de la région délimitée par les courbes d'équation $y = \frac{x^2}{2}$ et $y = \frac{1}{x^2+1}$ est :

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3}$.

(C) $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$.

(D) $\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3}$.

12. Soit $f(x) = (-1)^{E(x)}$ où $E(x)$ désigne la partie entière de x .

(A) f est périodique de période 2.

(B) f est périodique de période 1.

(C) f est paire.

(D) f est impaire.

13. Soit $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}$, $x \in]-1, +\infty[$. Déterminer f^{-1} .

(A) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x(2x + \sqrt{x^2 + 4})$.

(B) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x(x - \sqrt{x^2 + 4})$.

(C) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x(x + \sqrt{x^2 + 4})$.

(D) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x(x + \sqrt{2x^2 + 4})$.

14. Soit $g(x) = x \left(\left(1 + \frac{1}{x} \right)^x - e \right)$.

(A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = e$.

(B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -e$.

(C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\frac{e}{2}$.

(D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{e}{2}$.

15. Soit $u_n = \frac{1}{n} \prod_{k=1}^n (k+n)^{\frac{1}{n}}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

(A) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e$.

(B) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \sqrt{e}$.

(C) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{e}{4}$.

(D) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{4}{e}$.

16. On pose : $\alpha = 2\text{Arctan } \frac{1}{2} - \text{Arctan } \frac{1}{7}$.

(A) $\alpha \leq -\frac{\pi}{9}$.

(B) $\alpha \geq \frac{\pi}{3}$.

(C) $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$.

(D) $\alpha = \frac{\pi}{11}$.

17. La forme algébrique de : $(2 + 2i)^6$ est égale :

(A) $512 - 512i$.

(B) $512 + 64i$.

(C) $-512i$.

(D) $128 + 64i$.

18. La forme algébrique de : $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ est égale :

(A) $512 - 512\sqrt{3}i$.

(B) $512 + 512\sqrt{3}i$.

(C) $512 - 512i$.

(D) $512 - 64\sqrt{3}i$.

19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2} \int_0^x e^{-t^2} dt$ est égale :

(A) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

(B) $\sqrt{\pi}$.

(C) $\frac{\pi}{2}$.

(D) 0.

20. L'équation $n = \frac{x}{\ln(x)}$ ou n est un entier naturel admet

(A) 2 solutions.

(B) une seule solution.

(C) trois solutions.

(D) n solutions.

21. Y a combien d'annees $m \leq 2024$ tel que $m^2 + 1 = 0$ modulo 5.

- (A) 810.
- (B) 620.
- (C) 1012.
- (D) 960.

22. Trois fourmis sont placées sur les trois sommets d'un triangle.
Quelle est la probabilité qu'aucune des fourmis n'entre en collision, sachant que chaque fourmi se déplace le long d'une arête vers un sommet choisi au hasard.

- (A) $\frac{1}{4}$.
- (B) $\frac{1}{8}$.
- (C) $\frac{1}{3}$.
- (D) $\frac{2}{3}$.

23. Soit l'application $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ telle que : $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2, \quad \forall x \in \mathbb{R}^*$. Alors :

- (A) $f(2024) = \frac{2022}{2023}$.
- (B) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{47}{312}$.
- (C) $f\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{3263}{7200}$.
- (D) $f(2025) = 2050$.

24. La valeur de la limite suivante : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^\pi \frac{n \sin(x)}{x+n} dx$ est :

- (A) 2.
- (B) -2.
- (C) 1.
- (D) -1.

25. Si les nombres complexes z et z' vérifient $|z| = 1$ et $|z'| = 2$. Alors :

- (A) $|z - z'| < -1$.
- (B) $|z - z'| = 1$.
- (C) $1 \leq |z - z'| \leq 3$.
- (D) $2 \leq |z - z'| \leq \sqrt{5}$.

***** FIN DE L'ÉPREUVE *****