

Concours d'entrée au College of Computing

QUESTIONNAIRE À CHOIX MULTIPLES

8 Juillet 2026



College of
Computing

NE PAS TOURNER LA PAGE AVANT LE SIGNAL DE DÉPART

Instructions :

1. L'épreuve dure **1h30** et comporte **6 pages**.
2. L'épreuve est composée de **25 questions** à choix multiples (QCM).
3. Les calculatrices et les téléphones sont interdits.
4. Les questions sont **indépendantes**.
5. Le choix de réponse est **unique**, cocher la bonne réponse.
6. Certaines réponses ne demandent que des arguments de bon sens ; d'autres réponses exigent des calculs faits à part. Du papier de brouillon est fourni pour ces calculs.
7. Une feuille réponse vous sera fournie séparément. **Vous n'avez droit qu'à une seule feuille**, alors veuillez à bien réfléchir avant d'y inscrire vos réponses. **Vous devez cocher à l'intérieur des cases sans les dépasser.**

Barème :

- Réponse correcte : **1 point**
- Réponse fausse : **-0.5 point**
- Non-réponse : **0 point.**

Bon courage !

***** DÉBUT DE L'ÉPREUVE *****

1. Calculer la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1+x}}{\sqrt{1+5x} - \sqrt{1+2x}}$.

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. $\frac{4}{3}$

2. On définit la suite (u_n) par : $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$. Si la suite converge vers une limite ℓ , alors ℓ vaut :

- A. -3
- B. 1
- C. $\sqrt{3} - 1$
- D. $-1 + \sqrt{7}$

3. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^{-x}$. Le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est :

- A. 0
- B. 1
- C. $\frac{1}{e}$
- D. e

4. Soit $z \in \mathbb{C}$, avec $z \neq -1$, tel que $|z| = 1$. On pose $w = \frac{1-z}{1+z}$. Alors w est toujours :

- A. un nombre réel
- B. un nombre imaginaire pur
- C. un nombre complexe de module 1
- D. un nombre complexe dont la partie réelle vaut 1

5. Si f est dérivable en 0, alors $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3h) - f(h)}{h} =$

- A. $f'(0)$
- B. $2f'(0)$
- C. $3f'(0)$
- D. N'est pas définie

6. On considère $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Que vaut A^{2026} ?

- A. A
- B. I_2
- C. $-I_2$
- D. 0_2

7. On admet que 2027 est un nombre premier. Quel est le reste de la division euclidienne de

$$1^{2026} + 2^{2026} + 3^{2026} + \dots + 2026^{2026} + 2027^{2026}$$

par 2027 ?

- A. 0
- B. 1
- C. 2025
- D. 2026

8. Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x)$ et D son ensemble de définition. Alors :

- A. La fonction f garde un signe constant sur D
- B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$
- C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- D. Pour tout $x \in D$, la courbe représentative de f est au-dessus de la droite d'équation $y = x$

9. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, quelle est la valeur de $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$?

- A. $2 - \frac{n+2}{2^n}$
- B. $1 - \frac{1}{2^n}$
- C. $\sqrt{2}$
- D. $\frac{n}{2^{n-1}}$

10. Soit E un ensemble de cardinal $n \in \mathbb{N}^*$ et A une partie de cardinal $p \in \{0, 1, \dots, n\}$ de E . Combien y a-t-il de parties de E qui contiennent A ?

- A. 2^p
- B. 2^{n-p}
- C. $\binom{n}{p}$
- D. $\sum_{k=p}^n \binom{n}{k}$

11. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue vérifiant $\forall x, y \in \mathbb{R}, f(x+y) = f(x)f(y)$, avec $f(0) \neq 0$. Alors f est nécessairement :

- A. Un polynôme
- B. Une fonction affine
- C. De la forme $f(x) = e^{ax}$ pour un certain $a \in \mathbb{R}$
- D. Une fonction périodique

12. Soit la fonction réelle f définie par $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 23$. Alors :

- A. f admet un minimum local en 1
- B. f n'admet ni maximum local ni minimum local
- C. 1 est un point d'inflexion de f
- D. f admet un maximum local en 1

13. On définit la suite (u_n) par

$$u_n = \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}}_{n \text{ radicaux imbriqués}}$$

La limite de (u_n) quand $n \rightarrow +\infty$ est :

- A. $\sqrt{3}$
- B. $1 + \sqrt{2}$
- C. $\sqrt{5}$
- D. 2

14. Soit la fonction réelle f définie par $f(x) = x^5 + x^2$. Alors f^{-1} est dérivable sur $]0, +\infty[$ et $(f^{-1})'(2) =$

- A. 1
- B. $\frac{1}{7}$
- C. -7
- D. 7

15. Une urne contient 5 boules rouges, 4 boules bleues et 3 boules vertes. On tire simultanément 4 boules de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 boules rouges et au moins une boule bleue ?

- A. $\frac{35}{99}$
- B. $\frac{4}{11}$
- C. $\frac{13}{33}$
- D. $\frac{19}{55}$

16. On considère l'équation $18x + 30y = 1260$, où x et y sont des entiers naturels. Combien cette équation admet-elle de solutions (x, y) dans $\mathbb{N}^2$?

- A. 15
- B. 18
- C. 21
- D. 70

17. Soit f la solution de l'équation différentielle $f'(x) - f(x) = 2e^x$ vérifiant $f(0) = 0$. La valeur de

$$\int_0^{\sqrt{e}} e^{-x} f(x) dx$$

est :

- A. 1
- B. $\frac{e}{2}$
- C. e
- D. 2

18. On se place dans l'espace vectoriel $M_2(\mathbb{R})$ des matrices carrées d'ordre 2 à coefficients réels. On considère l'ensemble

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & a \\ b & a-b \end{pmatrix} ; (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}.$$

On pose

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Soit F le sous-espace vectoriel formé par toutes les combinaisons linéaires de A et B , c'est-à-dire $F = \{\lambda A + \mu B ; (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2\}$. La dimension de $E \cap F$ est :

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

19. On définit la suite (u_n) par

$$u_0 = 0, \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \ln(3 + 2e^{u_n}).$$

La limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - n \ln 2)$$

est égale à :

- A. $\ln 3$
- B. $\ln 4$
- C. $\ln 5$
- D. $\ln 6$

20. Dans $M_2(\mathbb{R})$, on définit une loi $\star$ par

$$A \star B = A + B + AB.$$

On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

On admet que A possède un symétrique S pour la loi $\star$. La somme des coefficients de la matrice S est :

- A. $-\frac{7}{6}$
- B. $-\frac{4}{3}$
- C. $-\frac{3}{2}$
- D. $-\frac{5}{3}$

21. On rappelle que la partie entière d'un réel a , notée $[a]$, est le plus grand entier inférieur ou égal à a . Soit l'équation $(E_1) : [2x] = x$
- (E_1) a les mêmes solutions que $[2x] = [x]$
 - x solution de (E_1) implique $2x - 1 \leq x < 2x$
 - (E_1) admet une infinité de solutions
 - x solution de (E_1) implique $x \in \mathbb{N}$

22. Soit (u_n) une suite réelle strictement positive telle que $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+2}}{u_n} = 1$.
Quelle condition est suffisante pour affirmer que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1?$$

- (u_n) est minorée
- (u_n) est décroissante
- (u_n) est périodique
- (u_n) est majorée

23. On pose, pour tout entier $n \geq 1$, $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x) dx$. La limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(I_n - \frac{\ln 2}{n+1} \right)$$

est égale à :

- $-\frac{1}{2}$
- $-\frac{\ln 2}{2}$
- $\frac{1}{2} - \ln 2$
- $-\frac{1}{4}$

24. On lance n fois, avec $n \geq 2$, une pièce de monnaie équilibrée. Soient les événements A : "on obtient au plus une fois face" et B : "on obtient au moins une fois face et au moins une fois pile". On note $\bar{A}$ l'événement complémentaire de A .

- Quel que soit $n \geq 2$, $P(A) = \left(\frac{1}{2}\right)^n + n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
- Quel que soit $n \geq 2$, $P(A \cap B) = n \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
- Quel que soit $n \geq 2$, $P(B) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
- $\bar{A}$ est l'événement : "on obtient au moins une fois face"

25. Deux dames partirent à l'aube et marchaient chacune à vitesse constante. L'une allait de A à B, et l'autre de B à A. Elle se rencontrèrent à midi, et continuant sans s'arrêter, la première arriva en B à 16h, et la seconde en A à 21h. A quelle heure était l'aube ce jour-là ?

- 4h
- 5h
- 5h30
- 6h

***** FIN DE L'ÉPREUVE *****

Concours d'entrée au College of Computing

ÉPREUVE DE RÉDACTION

8 Juillet 2026



NE PAS TOURNER LA PAGE AVANT LE
SIGNAL DE DÉPART

Instructions :

- 1. L'épreuve dure 1h30.
- 2. Inscrivez votre nom complet au bas de cette page.
- 3. L'énoncé entier de l'épreuve est en page 2.
- 4. Les questions sont reproduites à l'identique sur les pages 3 à 10, avec des espaces réponse dédiés. Veuillez inscrire vos réponses dans l'espace alloué à chaque question.
- 5. L'espace réponse est standardisé. Il n'est en aucun cas indicateur de la longueur de la réponse attendue.

	Score	Points
Exercice 1		15
Exercice 2		5
Exercice 3		15
Exercice 4		5
Total		40

Nom complet :

Exercice 1. Pour un entier n , on note par $\sigma(n)$ la somme de tous les diviseurs de n (diviseur n inclus). n est dit parfait si et seulement si $\sigma(n) = 2n$. À titre d'exemple, 6 est un nombre parfait car $\sigma(6) = 1 + 2 + 3 + 6 = 2 \times 6$.

1. [5points] Soit $p \geq 2$ un entier tel que $2^p - 1$ est un nombre premier. Montrer que

$$n = 2^{p-1}(2^p - 1)$$

est un nombre parfait.

2. [5points] Soit p un nombre premier et $k \geq 1$ un entier naturel. Montrer que $n = p^k$ ne peut pas être un nombre parfait (vous pouvez raisonner par l'absurde).
3. [5points] Soit n un nombre parfait pair. On écrit $n = 2^s \cdot m$ avec m impair et $s \geq 1$. Montrer que :

$$\sigma(m) = \frac{m}{1 - 2^{-s-1}}.$$

Indication : Si a et b sont deux entiers premiers entre eux, trouver $\sigma(ab)$ en fonction de $\sigma(a)$ et $\sigma(b)$.

Exercice 2. Soit $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, avec $n \in \mathbb{N}^*$ et $a_n \neq 0$, un polynôme à coefficients réels, non constant, tel que $P(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. On appelle *racine réelle* de P tout réel a tel que $P(a) = 0$. On dit qu'une racine réelle a est de *multiplicité* m si l'on peut écrire

$$P(x) = (x - a)^m Q(x),$$

où Q est un polynôme vérifiant $Q(a) \neq 0$. Autrement dit, $(x - a)^m$ est un facteur de P , mais $(x - a)^{m+1}$ ne l'est pas.

1. [5points] Montrer que $a_n > 0$, et que toute racine réelle de P est de multiplicité paire.

Exercice 3. Pour tout entier $n \geq 1$, on considère l'équation

$$(E_n) \quad x^n + x = 1.$$

1. [5points] Montrer que l'équation (E_n) admet une unique solution dans $]0, 1[$. On la note u_n . Montrer ensuite que la suite (u_n) est croissante, puis en déduire que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1.$$

2. [5points] Montrer que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n(1 - u_n) = +\infty.$$

Indication : on pourra d'abord justifier que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n^n = 0$, puis raisonner par l'absurde.

3. [5points] On pose $v_n = n(1 - u_n)$. On admet l'inégalité suivante, valable pour tout $t \in [0, 1[$:

$$t \leq -\ln(1 - t) \leq \frac{t}{1 - t}.$$

Montrer que

$$\left(1 - \frac{v_n}{n}\right)^n = \frac{v_n}{n}.$$

En déduire que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{n(1 - u_n)} = 1.$$

Exercice 4. [5points] Montrer qu'il existe une infinité de nombres premiers congrus à 3 modulo 4.