

ⵜⴰⴷⴰⵢⴼⴰ ⵜⴰ ⵎⴰⵔⴰⵏⵜ
ⵜⴰⵎⴰⵏⴰ ⵜⴰ ⵉⵎⴰⵏⴰ ⵜⴰ ⵉⵎⴰⵏⴰ
ⵜⴰⵎⴰⵏⴰ ⵜⴰ ⵉⵎⴰⵏⴰ ⵜⴰ ⵉⵎⴰⵏⴰ



المملكة المغربية
وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي والابتكار

Royaume du Maroc
Ministère de l'Enseignement Supérieur,
de la Recherche Scientifique et de l'Innovation



CONCOURS NATIONAL COMMUN

d'Admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs et
Établissements Assimilés

Session 2026

Épreuve de : **Physique I**

Filières : **MP**

Date : **15-05-2026** Durée **4 Heures** de **08H00 à 12H00**

Cette épreuve comporte **6 pages** au format A4 en plus de cette page de garde.

IMPORTANT

L'usage de tout document et de tout matériel électronique ou informatique (autre que la calculatrice qui doit être en mode examen) est interdit durant cette épreuve.

Page de garde

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de l'épreuve sont relativement indépendantes entre elles.

Le sujet est composé de deux parties indépendantes. La partie 1 est notée sur 4 points, la partie 2 sur 16 points.

Partie 1 : Doubleur de fréquence

Le montage doubleur de fréquence de la figure 1-1 est composé de deux blocs en cascade. Le premier bloc est un multiplieur composé de deux entrées $e_1(t)$ et $e_2(t)$ et qui restitue en sortie la tension : $u(t) = k_m e_1(t) e_2(t)$, k_m étant une constante. Le deuxième bloc est un filtre adapté au signal à extraire. On envoie aux deux entrées du multiplieur une même tension $e(t) = E_m \cos(2\pi f t)$, d'amplitude E_m et de fréquence f .

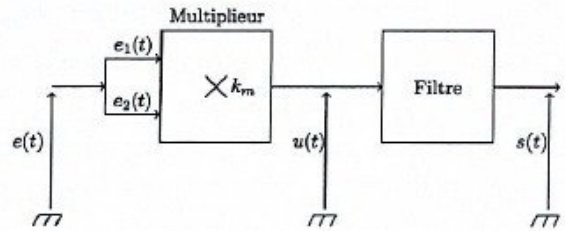


Figure 1-1 : Schéma du doubleur de fréquence.

1. Quelle est l'unité de k_m ?
2. Déterminer l'expression linéarisée du signal $u(t)$. Représenter le spectre en amplitude de $u(t)$ en indiquant l'amplitude des composantes spectrales.

Les figures 1-2 et 1-3 donnent le diagramme de BODE du filtre utilisé. La fonction de transfert du filtre est $\underline{H}(jf) = \frac{H_0}{1 + \left(\frac{f_0}{jf}\right)^n}$, où H_0 et f_0 sont deux constantes positives, et n est un entier positif.

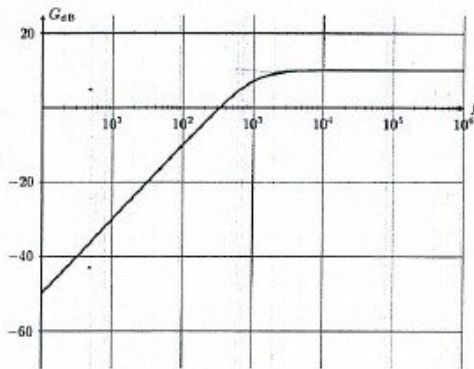


Figure 1-2 : Diagrammes de BODE en amplitude.

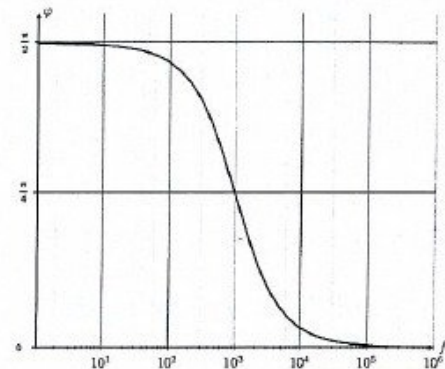


Figure 1-3 : Diagrammes de BODE en phase.

3. Dire, en justifiant la réponse, quelle est la nature du filtre utilisé.
4. En exploitant le diagramme de BODE fourni, déterminer la fréquence de coupure f_c à $-3dB$, le gain statique H_0 et l'ordre n du filtre utilisé.
5. Quelle condition doit satisfaire la fréquence de coupure f_c pour que le filtre utilisé permette d'obtenir un signal de sortie $s(t)$ sinusoïdal de fréquence f_0 ? Donner f_0 .
6. En supposant que f_c vérifie cette condition, montrer que la tension $s(t)$ en sortie du filtre utilisé peut se mettre sous la forme : $s(t) = S_m \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$. Exprimer S_m et φ .
7. Proposer un montage de filtre qui permet de réaliser la fonction du filtre étudié ci-dessus. Proposer une méthode simple pour mesurer expérimentalement la fréquence de coupure à $-3dB$ du filtre.

Partie 2 : Hélium

L'hélium, baptisé par référence au mot grec hélios (Soleil), a été découvert en 1868 lors de l'analyse du spectre de la couronne solaire au cours d'une éclipse totale du Soleil. Ce n'est que vingt-sept ans plus tard que cet élément chimique fut identifié sur Terre. L'hélium est un gaz monoatomique, incolore, inodore et non toxique, et est pratiquement inerte chimiquement. Connue du grand public pour les ballons, l'hélium a surtout des usages industriels dans de nombreux secteurs de pointe, tels que les semi-conducteurs, le nucléaire ou l'aérospatial.

Ce sujet se propose d'étudier les interférences d'atomes d'hélium.

Données :

- Masse molaire de l'hélium : $M_{He} = 4,00 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Masse d'un atome d'hélium : $m_{He} = 6,69.10^{-27} \text{ kg}$;
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
- Constante de BOLTZMANN : $k_B = 1,38.10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$;
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$;
- Constante d'AVOGADRO : $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- Constante de PLANCK : $h = 6,63.10^{-34} \text{ J.s}$;
- Constante de PLANCK réduite : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05.10^{-34} \text{ J.s}$;
- $1 \text{ eV} = 1,60.10^{-19} \text{ J}$;
- $1 \text{ bar} = 1,013.10^5 \text{ Pa}$;
- Équation de SCHRÖDINGER : $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t}$;
- Inégalités d'HEISENBERG : $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$, $\Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}$ et $\Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}$.

1. Interférences d'atomes d'hélium

1.1. Gaz quantique ou gaz classique

L'hélium a été liquéfié pour la première fois par le physicien H. K. ONNES en 1908. Son diagramme d'état (P, T) est donné par la figure 2-1. L'hélium peut exister sous deux phases fluides distinctes : l'hélium I qui est un fluide « standard » et l'hélium II que l'on appelle communément superfluide qui est un fluide quantique.

- 1.1.1. Préciser l'état physique de l'hélium dans les domaines (A), (B) et (C).
- 1.1.2. Quelle est la particularité de la ligne λ du diagramme ?
- 1.1.3. On refroidit progressivement de l'hélium sous la pression constante de 1 bar. Décrire les phénomènes observés successifs.
- 1.1.4. Donner, dans le cas général, le diagramme d'état (P, T) d'un corps pur en équilibre. Quelle(s) particularité(s) présente le diagramme d'état de l'hélium si on le compare à celui d'un corps pur ?

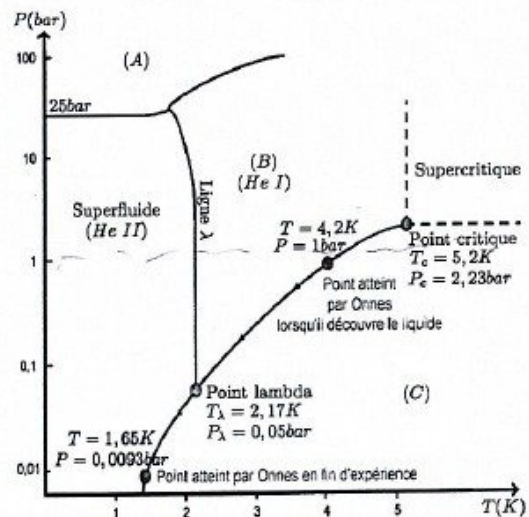


Figure 2-1 : Diagramme d'état de l'hélium (Source : La première liquéfaction de l'hélium par H. K. Onnes - B. Bradu - CERN).

On considère une enceinte de volume constant V_0 , contenant la quantité $n_0 = 1 \text{ mol}$ d'hélium gazeux à la température $T_0 = 295 \text{ K}$ et sous la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$. On assimile l'hélium à un gaz parfait monoatomique.

- 1.1.5. Donner l'équation d'état des gaz parfaits.
- 1.1.6. Calculer la densité particulaire n^* d'hélium, c'est-à-dire le nombre d'atomes d'hélium par unité de volume. En déduire le volume moléculaire moyen V^* disponible pour un atome d'hélium.
- 1.1.7. En prenant un modèle grossier cubique pour chaque atome d'hélium, calculer l'ordre de grandeur de la distance intermoléculaire d^* entre les centres de masse de deux atomes voisins d^* . Comparer au rayon de l'hélium ($r = 128 \text{ pm}$) et conclure.
- 1.1.8. En utilisant le théorème d'équipartition de l'énergie, exprimer l'énergie moyenne $\langle e_c \rangle$ d'un atome et l'énergie totale moyenne $\langle E_c \rangle$ du gaz.
- 1.1.9. Calculer la vitesse quadratique moyenne v_q des atomes d'hélium à $T_0 = 295 \text{ K}$.
- 1.1.10. Exprimer la longueur d'onde de DE BROGLIE λ_{DB} des atomes d'hélium pour une température T de la source. Évaluer $\lambda_{DB}(T_0)$ pour $T_0 = 295 \text{ K}$ et $\lambda_{DB}(T_1)$ pour $T_1 = 83 \text{ K}$.
- 1.1.11. Justifier que l'étude du mouvement d'un atome d'hélium semble relever de la mécanique quantique.

1.2. Diffraction d'une particule quantique

On considère une particule libre (potentiel $V = 0$) de masse m se déplaçant suivant l'axe Ox dans le sens des x croissants. L'état quantique de la particule est caractérisé par une fonction d'onde $\psi(x, t)$.

On cherche un état stationnaire $\psi(x, t) = \varphi(x)e^{i\frac{Et}{\hbar}}$ associé à une énergie $E > 0$ donnée.

- 1.2.1. Que représente la fonction d'onde pour la particule quantique ?
- 1.2.2. En utilisant l'équation de SCHRÖDINGER déterminer l'expression générale de $\varphi(x)$.
- 1.2.3. Montrer que l'état quantique de la particule étudiée est décrit par une onde plane progressive harmonique $\psi(x, t) = \psi_0 \exp(i(kx - \omega t))$ où ψ_0 est une constante. Exprimer ω et k en fonction de E , $\hbar$ et m .
- 1.2.4. Écrire la relation de dispersion donnant $\omega = \omega(k)$. En déduire la relation entre la longueur d'onde associée à cette particule et sa quantité de mouvement p . Commenter.
- 1.2.5. On définit les deux grandeurs $\rho_\psi(x, t) = |\psi(x, t)|^2$ et $J_\psi(x, t) = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \left[\psi^*(x, t) \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \right]$ associées à l'état de la particule. Que représentent ces deux grandeurs ? Calculer $\rho_\psi(x, t)$ et $J_\psi(x, t)$. Pourquoi la solution $\psi(x, t) = \psi_0 \exp(i(kx - \omega t))$ ne peut décrire convenablement l'état quantique de la particule ?

La particule décrite par la fonction d'onde $\psi(x, t) = \psi_0 \exp(i(kx - \omega t))$ arrive sur une fente de largeur d_0 selon la direction z , et infinie dans la direction y (figure 2-2).

- 1.2.6. Montrer que la conservation de l'énergie de la particule impose la conservation de la longueur d'onde à la traversée de la fente.

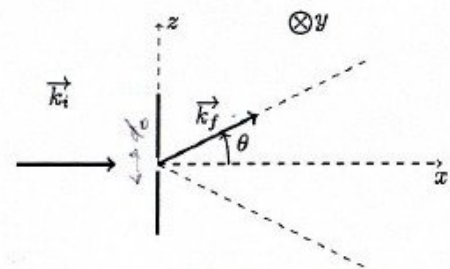


Figure 2-2 : Diffraction par une fente.

- 1.2.7. Que valent les indéterminations intrinsèques Δy sur la position et Δp_y sur la quantité de mouvement ?
- 1.2.8. En raisonnant avec les inégalités d'HEISENBERG en ordre de grandeur, que vaut k_z après la fente ?
- 1.2.9. Montrer alors que l'angle de diffraction θ vérifie $\sin(\theta) \approx \frac{\lambda_{DB}}{d_0}$ à un facteur numérique près.

Commenter en comparant à la diffraction des ondes lumineuses.

1.3. Interférences d'atomes d'hélium

En 1991, O. CARNAL et J. MLYNEK ont réalisé la première expérience d'interférences avec des atomes. Cette expérience a été réalisée sur le modèle des fentes de YOUNG avec des atomes d'hélium ^4He (figure 2-3). À partir d'un jet supersonique d'hélium émis par une source thermique (S) de température $T_0 = 295\text{K}$, un faisceau d'atomes d'hélium métastable est produit par excitation par impact d'électrons. Après avoir passé une fente d'entrée (F_e) de largeur $l_e = 2\mu\text{m}$ selon $O_e Z$, les atomes d'hélium métastable traversent deux fentes (F_1) et (F_2) de largeur $l_f = 1\mu\text{m}$, écartées de $d = F_1 F_2 = 8\mu\text{m}$, situées à la distance $D' = 64\text{cm}$ de (F_e) et symétriques par rapport à l'axe (Ox) (figure 2-4).

Les fentes sont parallèles à l'axe (Oy) du trièdre orthogonal direct ($Oxyz$) et infinies dans la direction de cet axe. La figure d'interférences est visualisée en déplaçant l'ensemble constitué par la fente de détection (F_d) de largeur $l_d = 2\mu\text{m}$ et le détecteur, placés dans la zone de recouvrement des faisceaux issus de (F_1) et (F_2). Le plan (yOz) de détection est situé à la distance $D = 64\text{cm}$ du plan des deux fentes (F_1) et (F_2). On repère un point P du plan (yOz) par ses coordonnées cartésiennes y et z (avec $D \gg y, z$ et d).

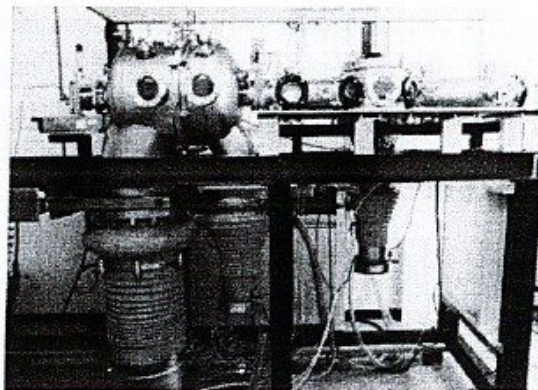


Figure 2-3 : Dispositif expérimental de O. CARNAL et J. MLYNEK.

Le système interférentiel baigne dans le vide d'indice $n_v = 1$. On note λ_{dB} la longueur d'onde de l'onde de matière associée aux atomes d'hélium.

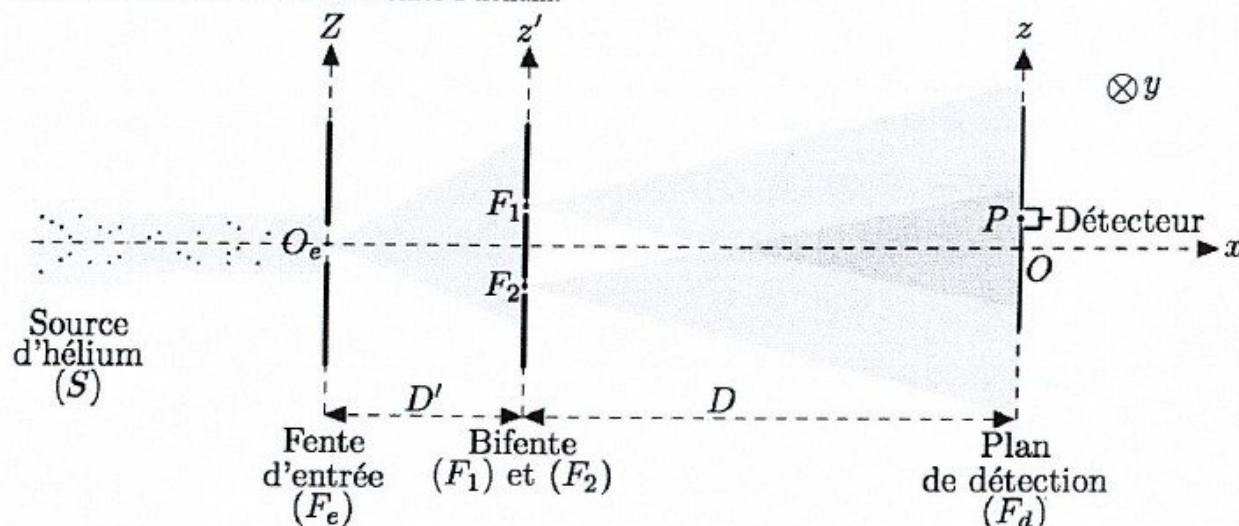


Figure 2-4 : Montage expérimental d'interférences d'atomes d'hélium.

- 1.3.1. En utilisant le résultat de la question 1.1.9, estimer le temps t_a (temps de vol) mis par un atome d'hélium pour aller de la fente d'entrée (F_e) au détecteur.
- 1.3.2. Exprimer l'angle de diffraction θ_e de l'onde de matière associée aux atomes d'hélium par la fente d'entrée (F_e). En déduire la largeur b de la tache principale de diffraction qui éclaire les deux fentes (F_1) et (F_2). Comparer b et d , et vérifier que les deux fentes (F_1) et (F_2) reçoivent bien cette onde.

- 1.3.3. Quel est le rôle de la fente d'entrée (F_e) ?
- 1.3.4. Exprimer l'angle θ_d de diffraction de l'onde de matière par la fente (F_1) ou (F_2). Chacune des deux ondes diffractées par ces deux fentes donne sur le plan de détection un faisceau de largeur b_d . Exprimer b_d . En déduire la largeur b_i de la zone de recouvrement des deux ondes diffractées dans le plan de détection (yOz).
- 1.3.5. Exprimer la différence de marche $\delta(P)$ entre les deux ondes de matière diffractées par les deux fentes (F_1) et (F_2) au point P du plan de détection (yOz).
- 1.3.6. Justifier que si l'on ne tient compte que de l'effet d'interférence entre les faisceaux issus des deux fentes (F_1) et (F_2), on s'attendra à une figure d'interférences à deux ondes dont l'intensité est de la forme : $I(P) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{z}{i_{th}} \right) \right)$, où i_{th} est l'interfrange théorique, distance entre deux maxima consécutifs de $I(P)$, et I_0 le maximum de $I(P)$. Donner l'expression de i_{th} . Évaluer i_{th} .
- La figure 2-5 représente le nombre d'atomes détectés en fonction de la position du détecteur, pour $T_0 = 295K$ (figure (a)) et $T_1 = 83K$ (figure (b)), pour une durée de détection $t_d = 10\text{min}$. Les points expérimentaux sont en gris et la ligne noire est seulement un guide pour l'œil. On observe ici aussi une variation alternée du nombre d'atomes détectés pouvant correspondre à des franges d'interférences.
- 1.3.7. Le trait en pointillé représente le bruit de fond du détecteur. Comment peut-on mesurer le bruit de fond ?
- 1.3.8. À partir de la courbe (a), estimer l'interfrange $i_{ex}(T_0)$ pour $T_0 = 295K$. En déduire la valeur de $\lambda_{dB}(T_0)$. Déterminer de même $\lambda_{dB}(T_1)$ pour $T_1 = 83K$. Vérifier l'accord avec la dépendance de λ_{dB} de la température.
- 1.3.9. Pourquoi l'interfrange $i_{ex}(T_1)$ de l'expérience (b) est-elle plus petite que celle de l'expérience (a).

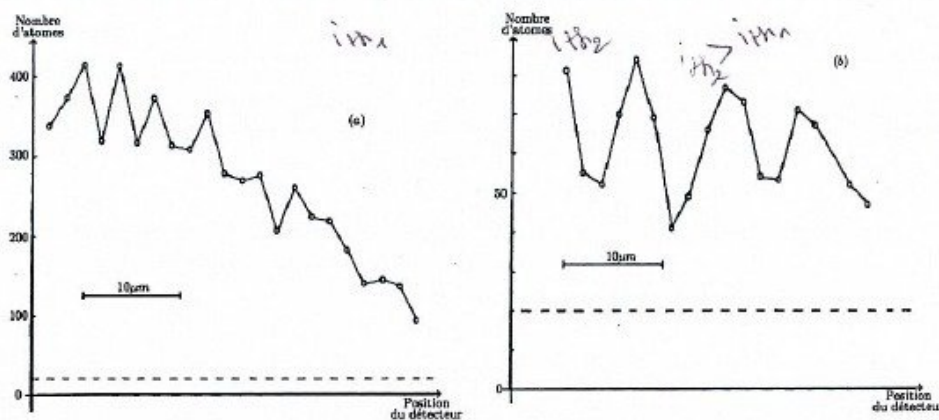


Figure 2-5 : Nombres d'atomes détectés en fonction de la position du détecteur pour $T_0 = 295K$ (courbe (a)) et pour $T_1 = 83K$ (courbe (b)). (1991-066 PRL Carnal & Mlynek - Young's double-slit experiment with atoms - a simple atom interferometer.pdf).

- 1.3.10. L'étude théorique montre que la probabilité de détection s'annule par interférence destructive en certains points (franges noires). Expliquer pourquoi, sur la figure 2-5 donnant le résultat de l'expérience, le nombre d'atomes détectés n'est jamais nul.
- 1.3.11. Citer les facteurs qui peuvent limiter la visibilité des interférences ?
- 1.3.12. Justifier pourquoi on ne peut pas réaliser l'expérience avec un jet issu d'un simple four.

2. Les molécules d'hélium He_2 et He_3

L'existence des molécules He_2 et He_3 a été prouvée par une expérience récente (W. SCHOELLKOPF and J.P. TOENNIES, Science 266, 1345 (1994)). On envoie un jet froid et monocinétique d'atomes d'hélium

monoatomique He en incidence normale sur un réseau de fentes régulièrement espacées P parallèles à l'axe y (figure 2-6). Le jet contient également quelques molécules He_2 et He_3 . On étudie dans cette partie la diffraction du jet par le réseau. La distance entre deux fentes consécutives du réseau est $d_r = 200nm$.

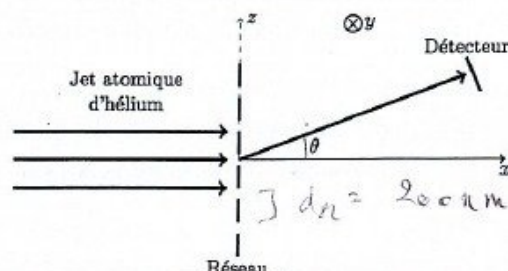


Figure 2-6 : Diffraction d'un jet d'hélium par un réseau.

On admet que tous les composants du jet (He , He_2 et He_3) se propagent à la même vitesse $v = 430m.s^{-1}$.

La figure 2-7 donne la distribution angulaire mesurée expérimentalement.

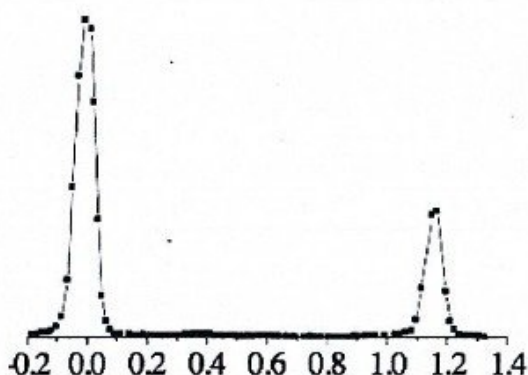


Figure 2-7 : Signal détecté en fonction de l'angle θ de déflexion.

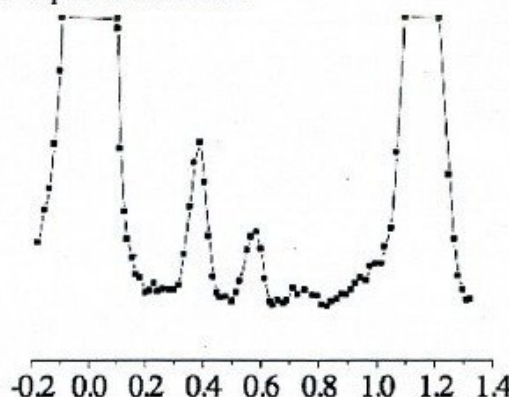


Figure 2-8 : Mêmes données qu'en 2-7, avec une échelle verticale multipliée par 60.

- 2.1. Calculer la longueur d'onde $\lambda(He)$ associée au jet d'atomes d'hélium. Calculer de même les longueurs d'onde $\lambda(He_2)$ et $\lambda(He_3)$ associées aux molécules He_2 et He_3 présentes dans le jet.
- 2.2. Quelle relation doit vérifier $\sin\theta$ pour avoir des interférences constructives dans certaines directions θ ?
- 2.3. Calculer l'angle $\theta_1(He)$ pour le premier ordre de diffraction du jet d'atomes d'hélium.
- 2.4. La position angulaire du pic correspondant au jet d'atome non diffracté par le réseau est $\theta = 0$. Vérifier si la position angulaire du premier pic diffracté est en accord avec la valeur de l'angle $\theta_1(He)$ de la question précédente.
- 2.5. La figure 2-8, obtenue en dilatant l'échelle verticale, est un agrandissement de la figure 2-7 afin de mettre en évidence certains détails. Expliquer simplement pourquoi cette figure permet de conclure à l'existence des molécules He_2 et He_3 .