

Concours d'accès en 1^o Année des Classes Préparatoires de l'ENSA Tanger (Edition 2012)

Epreuve de Mathématiques

Durée de l'épreuve : 1h 15mn

(Trois pages et une fiche réponse à remettre au surveillant, dûment remplie à la fin de l'épreuve)

CALCULATRICE NON AUTORISÉE

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question, répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.
(Barème : une réponse juste : +1 ; une réponse fausse : -1 ; pas de réponse : 0)

1) Soit L une liste finie d'entiers relatifs consécutifs dont le premier terme est -15. $L = \{-15, -14, \dots\}$. Si la somme de tous les éléments de L est égale à 51 alors le nombre total des termes de la liste L est égale	a) 34 b) 50 c) 18
2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n 3^{n+1}}{\pi^n} =$	a) 3 b) 0 c) $\frac{3}{\pi}$
3) Soit $Z_n = \sum_{k=1}^n \frac{e^{k-1}}{\pi^{k+1}}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} Z_n =$	a) $+\infty$ b) $\frac{1}{\pi(\pi-e)}$ c) $\frac{1}{\pi-e}$
4) Une entreprise de fabrication de mixeurs a adopté pour l'année 2012 la stratégie de production suivante : la production connaîtra une diminution mensuelle de 10% ; mais grâce à une commande destinée à l'export, l'entreprise produira chaque mois 150 mixeurs de plus. On note à présent par t_n la production de l'usine relative au mois N ^o n. L'expression reliant t_{n+1} et t_n est donnée par	a) $t_{n+1} = 0,1t_n - 150$ b) $t_{n+1} = 0,9t_n + 150$ c) $t_{n+1} = 0,1t_n$
5) suite de la question 4). A Long terme la production mensuelle des mixeurs est estimée à P =	a) $P = 10$ mixeurs b) $P = 90$ mixeurs c) $P = 1500$ mixeurs
6) Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite numérique à termes strictement positifs ($u_n > 0$) vérifiant $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2}$, Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ avec	a) $L = \frac{1}{2}$ b) $L = 0$ c) $0 < L < \frac{1}{2}$
7) Soit $T_n = \sum_{p=1}^n 2^{\frac{1}{2^{p-1}}} - 2^{\frac{1}{2^{p+1}}}$; alors $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n =$	a) 1 b) 0 c) $+\infty$

8) On considère la courbe représentative de la fonction $f(x) = e^{-x^2}$. On désigne par $R(x)$, $x > 0$ le rectangle symétrique inscrit à l'intérieur de la courbe et dont l'un des côtés est le segment d'extrémités $(-x, 0)$ et $(x, 0)$. La surface maximale de ce rectangle est égale à	a) $\sqrt{2}e$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\sqrt{\frac{2}{e}}$
9) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \pi x}{1 - \cos \sqrt{\pi x}} =$	a) 0 b) 2 c) $\sqrt{\pi}$
10) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_e^{e+h} \frac{1}{(\ln x)^2} dx =$	a) 1 b) e c) 0
11) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx =$	a) $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ b) 0 c) $\ln \pi$
12) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5} =$	a) $\frac{\pi}{16}$ b) $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$ c) $\frac{\sqrt{\pi}}{6}$
13) La surface formée par la courbe de $f(x) = (\ln x)^2$ et par les droites $x = 1$ et $x = e$ est égale	a) e b) $3e - 2$ c) $e - 2$

Soit $(V_n)_{n \geq 3}$ la suite définie par 14) $V_n = \int_n^{\infty} \frac{1}{x \sqrt{(\ln x)^3}} dx$ Alors $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n =$	a) $\frac{1}{2}$ b) $+\infty$ c) $\frac{2}{\sqrt{e}}$
15) Soit $g(x) = \int_1^{e^x} \frac{1}{\arctan u} du$, alors la tangente à la courbe de g en $x = \frac{\pi}{4}$ admet pour équation	a) $y = \frac{8}{\pi}x - 2$ b) $y = \frac{\pi}{4}(x - 1)$ c) $y = \frac{\pi}{2}x - 1$
16) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x} =$	a) $\frac{\ln 2}{2}$ b) $\frac{1}{2} \arctan 2$ c) $\frac{1}{2}$
17) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} =$	a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $+\infty$
Soit $B = \{u, v, w\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, \cdot)$. On considère les familles suivantes $E = \{u + v, v + w, u + w\}$ $N = \{u, v, u + w\}$ $S = \{-u, v + w, v - w + u\}$ $A = \{u - v - w, u + v + w, u\}$ Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?	a) Toutes les 4 b) Seulement E c) Seulement E et N

19) Soit $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y = 0\}$. Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?	a) $\{(-2, 1, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ b) $\{(-2, 1, 0); (0, 0, 1)\}$ c) $\{(-2, 1, 0)\}$
On considère les ensembles suivants $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + yz = 0\}$ $N = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / xyz = 0\}$ 20) $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 2\}$ $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = z\}$ Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$?	a) Seulement A b) Seulement A et N c) Tous E, N, S et A
21) Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 = 2I_n - A$ (I_n est la matrice identité) On considère les égalités suivantes (I) $\det A = 0$ (II) $A^{-1} = \frac{1}{2}(A + I_n)$ (III) $\det A \neq 0$ (IV) $A^{-1} = 2I_n + A$ (V) $\det(A + I_n) = \frac{2}{\det A}$ Alors	a) Seulement (I) et (IV) sont vraies b) Seulement (II), (III) et (V) sont vraies c) Seulement (III), (IV) et (V) sont vraies

22) $\sqrt{12345^2 - 12343 \times 12347} =$	a) 4 b) 2 c) 42
23) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2})(\sqrt[4]{2})(\sqrt[8]{2}) \dots (\sqrt[2^n]{2}) =$	a) 1 b) 2 c) $\sqrt{2}$
24) Si $\int_0^x h(t)dt = x \arctg x$ alors $h(1) =$	a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi+2}{4}$
25) $\int \frac{dx}{tg^3 x}$	a) $-\left[\frac{1}{2\sin^2 x} + \ln \sin x \right] + K$ b) $-\frac{1}{2tg^2 x} + K$ c) $\frac{1}{2\arctg^2 x} + K$; K une constante