L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats de la filière ECS, comporte 5 pages.
L'usage de tout appareil électronique, y compris la calculatrice, est interdit

Les candidats sont informés que la qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements constitueront des éléments importants pour l'appréciation des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Le sujet de cette épreuve est composé de deux exercices et de deux problèmes indépendants à traiter dans l'ordre souhaité.

Exercice 1

Étude d'un problème d'extrémums

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$\forall\,(x,y) \in \mathbb{R}^2, \quad f(x,y) = x^4 + y^4 - 2(x-y)^2.$$

1. Justifier que la fonction f est de classe $\mathcal{C}^2$ sur $\mathbb{R}^2$ et calculer ses dérivées partielles premières en tout point.

2. Montrer que $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ est un point critique de la fonction f si, et seulement si, $\begin{cases} 4x^3 - 4(x-y) = 0 \\ 4y^3 + 4(x-y) = 0 \end{cases}$.

3. En déduire que $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ est un point critique de la fonction f si, et seulement si, $\begin{cases} (x+y)(x^2 - xy + y^2) = 0 \\ x^3 - (x-y) = 0 \end{cases}$.

4. En remarquant que $x^2 - xy + y^2 > 0$ si $(x,y) \neq (0,0)$, montrer que les points critiques de f sont $(0,0)$, $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ et $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

5. Calculer les dérivées partielles secondes de f en tout point.

6. Étude de la nature du point critique $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

6.1. Déterminer les valeurs des dérivées partielles secondes de f au point $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

6.2. À l'aide de la matrice Hessienne, montrer que la fonction f présente un minimum local au point $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$.

7. Sans faire de calcul, justifier que la fonction f présente un minimum local au point $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$. *On pourra remarquer que, pour tout* $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, $f(-x,-y) = f(x,y)$.

8. Étude de f au voisinage du point critique $(0,0)$

8.1. La matrice Hessienne de f au point critique $(0,0)$ peut-elle nous renseigner sur la nature de ce point ?

8.2. Soit $x \in \mathbb{R}$. Vérifier que $f(x,-x) < 0$ si $x \in]-2,2[\setminus\{0\}$ et que $f(x,x) > 0$ si $x \neq 0$.

8.3. En déduire que f ne présente pas d'extremum local en $(0,0)$.

Exercice 2

Évaluation d'un polynôme avec Python

Le polynôme $P = 4 + 3X + X^2 + 2X^3$ peut être stocké dans un tableau (liste) de la forme $[4,3,1,2]$. D'une manière générale, on stocke le polynôme $p_0 + p_1 X + \cdots + p_n X^n$ dans un tableau $[p_0, p_1, \ldots, p_n]$. Pour évaluer un polynôme en un réel t (c'est-à-dire calculer $P(t) = 4 + 3t + t^2 + 2t^3$ dans l'exemple précédent), on peut additionner les différents monômes.

1. Calcul naïf de $P(t)$: Dans cette section, on va calculer $P(t)$ à l'aide de l'algorithme suivant :

Entrées : P, t
$s \longleftarrow 0$ # *la somme provisoire*
pour i **allant de** 0 **à** `len`(P) **faire**
    $s \longleftarrow s + P[i] \times t^i$
Résultat : s

1.1. Programmer cet algorithme dans une fonction `evaluation(P,t)`.

1.2. Après exécution, que donne `evaluation([4,3,1,2],2)` ?

1.3. En imaginant que le calcul de t^i réclame $i-1$ multiplications, combien de multiplications demande l'évaluation d'un polynôme de degré n ?

2. Calcul amélioré de $P(t)$: On va améliorer un peu les choses en calculant les t^i « à la volée » : une variable p est chargée de stocker les puissances successives de t : elle vaut 1 au départ, et est multipliée par t à chaque étape. On va donc calculer $P(t)$ à l'aide de l'algorithme suivant :

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2564 - Wadifa Info - page 1/6

Entrées : P, t
$s \longleftarrow 0$ # *la somme provisoire*
$p \longleftarrow 1$ # *la puissance de t en cours. Ici, $p = t^0$.*
pour i **allant de** 0 **à** `len`(P) **faire**
    $s \longleftarrow s + P[i] \times p$
    $p \longleftarrow p \times t$ # calcul de la puissance suivante, c'est-à-dire t^1 puis t^2, etc.
Résultat : s

2.1. Programmer une nouvelle fonction `evaluation_meilleure(P,t)` d'évaluation utilisant cette idée.

2.2. Avec ce nouvel algorithme, combien de multiplications demande l'évaluation d'un polynôme de degré n ? Comparer avec la première méthode.

Problème 1
Diverses façons de calculer les puissances d'une matrice de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$

Dans ce problème, $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des matrices carrées réelles d'ordre 3 et I_3 la matrice identité de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. On considère les matrices éléments de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1ère Partie
Deux premières méthodes de calcul des puissances de la matrice A

1.1. Calculs préliminaires

1.1.1. Vérifier que $A + I_3 = 2J$.

1.1.2. Calculer J^2 et l'exprimer en fonction de J.

1.1.3. En déduire que $A^2 = 4A + 5I_3$.

1.2. Première méthode de calcul des puissances de la matrice A

1.2.1. Vérifier que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $J^n = 3^{n-1}\, J$.

1.2.2. À l'aide de la formule du binôme de Newton, montrer que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$,

$$A^n = \frac{1}{6}\big(5^n - (-1)^n\big)A + \frac{5}{6}\big(5^{n-1} + (-1)^n\big)I_3.$$

1.3. Deuxième méthode de calcul des puissances de la matrice A

On considère les deux suites réelles $(\alpha_n)_{n\geqslant 1}$ et $(\beta_n)_{n\geqslant 1}$ définies par la donnée de $\alpha_1 = 1$, $\beta_1 = 0$ et les relations :

$$\begin{cases} \alpha_{n+1} = 4\alpha_n + \beta_n \\ \beta_{n+1} = 5\alpha_n \end{cases}.$$

1.3.1. Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n\geqslant 1}$ vérifie la relation de récurrence linéaire d'ordre 2 suivante :

$$\forall\, n \in \mathbb{N}^*, \quad \alpha_{n+2} = 4\alpha_{n+1} + 5\alpha_n. \tag{1}$$

1.3.2. Montrer alors que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\alpha_n = \frac{1}{6}\big(5^n - (-1)^n\big)$, puis en déduire la valeur de β_n. *On précisera d'abord l'équation caractéristique associée à* (1) *ainsi que les racines de cette équation.*

1.3.3. Montrer par récurrence que, pour tout entier $n \geqslant 1$, $A^n = \alpha_n\, A + \beta_n\, I_n$.

2ème Partie
Diagonalisation de A et troisième méthode de calcul de ses puissances

On rappelle que $A^2 = 4A + 5I_3$.

2.1. Justifier sans calcul que la matrice A est diagonalisable dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

2.2. Un polynôme annulateur de la matrice A et conséquence

2.2.1. Vérifier que le polynôme $X^2 - 4X - 5$ est annulateur de A, puis en déterminer les racines.

2.2.2. En déduire des valeurs propres possibles pour la matrice A.

2.3. Des calculs matriciels utiles et détermination des valeurs propres de A

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2564 - Wadifa Info - page 2/6

2.3.1. Calculer le produit matriciel $A\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ en fonction du vecteur $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$. Que-peut-on en déduire ?

2.3.2. Vérifier que $\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}$ sont des vecteurs propres de A. À quelle valeur propre de A sont-ils associés ?

2.4. Inversibilité et inverse de P

2.4.1. Calculer le produit matriciel PQ.

2.4.2. En déduire que la matrice P est inversible et préciser son inverse P^{-1}.

2.5. Relation entre les puissances des matrices A et D

2.5.1. En faisant un raisonnement par récurrence, montrer que pour tout entier naturel k, $D^k = \begin{pmatrix}5^k & 0 & 0\\0 & (-1)^k & 0\\0 & 0 & (-1)^k\end{pmatrix}$.

2.5.2. Calculer les produits matriciels PD et AP. Que peut-on en déduire vis-à-vis de la matrice A ?

2.5.3. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel $k \geqslant 1$, $A^k = PD^kP^{-1}$. *Ceci fourni une troisième méthode pour le calcul des puissances de A.*

Problème 2

Dans ce problème, toutes les variables aléatoires considérées sont réelles et discrètes, définies sur un même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Si X est une variable aléatoire discrète définie sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, on lui associe la fonction numérique de la variable réelle

$$M_X : t \longmapsto E(e^{tX})$$

où, pour tout réel u, $E(e^{uX})$ désigne l'espérance, lorsqu'elle existe, de la variable aléatoire e^{uX}.

On rappelle le théorème de transfert à une variable suivant :
« *Si X est une variable aléatoire réelle de loi discrète (caractérisée par les (x_k, p_k)) et si $Y = g(X)$, alors sous réserve de convergence absolue on a : $E(Y) = \sum_k g(x_k)p_k$.* »

1ère Partie
Résultats préliminaires utiles d'analyse

1.1. Une inégalité de convexité

1.1.1. Montrer que la fonction $x \longmapsto e^x$ est convexe sur $\mathbb{R}$.

1.1.2. En déduire que si $t \in \mathbb{R}$ et $x \in [-1, 1]$ alors,

$$e^{xt} \leqslant \frac{1+x}{2}\, e^t + \frac{1-x}{2}\, e^{-t}.$$

1.2. Une autre inégalité utile

On rappelle que pour tout réel x, la série numérique $\sum_{n\geqslant 0} \frac{x^n}{n!}$ est absolument convergente et on a : $e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$.

1.2.1. Justifier que pour tout réel t, la série numérique $\sum_{n\geqslant 0} \frac{t^{2n}}{2^n n!}$ est convergente de somme $e^{\frac{t^2}{2}}$.

1.2.2. Montrer que pour tout réel t, $\frac{e^t + e^{-t}}{2} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{t^{2n}}{(2n)!}$.

1.2.3. Vérifier que pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, $2^k k! \leqslant (2k)!$.

1.2.4. En déduire que pour tout réel t, $\frac{e^t + e^{-t}}{2} \leqslant e^{\frac{t^2}{2}}$.

2ème Partie
Exemples de calculs de M_X et une inégalité

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2564 - Wadifa Info - page 3/6

2.1. Deux premiers exemples de calcul de M_X

Soit X une variable aléatoire discrète définie sur l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

2.1.1. On suppose que X suit une loi de Bernoulli de paramètre $p \in [0,1]$. Montrer que M_X est définie sur $\mathbb{R}$ tout entier et que

$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad M_X(t) = 1 + p\,(e^t - 1).$$

2.1.2. On suppose que X suit une loi de binomiale de paramètres $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$. Montrer que M_X est définie sur $\mathbb{R}$ tout entier et que

$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad M_X(t) = \big(1 + p\,(e^t - 1)\big)^n.$$

2.2. Calcul de M_X dans le cas de deux lois discrètes infinies usuelles

Soit X une variable aléatoire discrète définie sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. On note ln la fonction logarithme népérien.

2.2.1. On suppose que X suit une loi géométrique de paramètre $p \in]0,1[$. Montrer que M_X est définie sur l'intervalle ouvert $]-\infty, -\ln(1-p)[$ et que

$$\forall\, t < -\ln(1-p), \quad M_X(t) = \frac{p\,e^t}{1-(1-p)e^t}.$$

2.2.2. On suppose que X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. Montrer que M_X est définie sur $\mathbb{R}$ tout entier et que

$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad M_X(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}.$$

2.3. Cas d'une somme de variables aléatoires

Soit n un entier naturel $\geqslant 1$. Soient X une variable aléatoire discrète définie sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et $X_1, \ldots, X_n$ des variables aléatoires mutuellement indépendantes définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et suivant la même loi que la variable aléatoire X. On pose $S_n = X_1 + \cdots + X_n$.

2.3.1. On suppose ici que $n = 2$ et que $u \in \mathbb{R}$ est un élément du domaine de définition de la fonction M_X. Montrer que $M_{S_2}(u)$ existe et que $M_{S_2}(u) = \Big(M_X(u)\Big)^2$. On justifiera la réponse en citant le résultat utilisé.

2.3.2. Montrer plus généralement que si $u \in \mathbb{R}$ est un élément du domaine de définition de la fonction M_X, alors $M_{S_n}(u)$ existe et l'exprimer en fonction de $M_X(u)$.

2.4. Une inégalité

On reprend les notations de la section **2.3.** précédente.

2.4.1. Soit a un réel et $u \in]0, +\infty[$. Comparer les événements $\left\{\omega \in \Omega\,;\, \frac{S_n(\omega)}{n} \geqslant a\right\}$ et $\left\{\omega \in \Omega\,;\, e^{uS_n(\omega)} \geqslant e^{nau}\right\}$.

2.4.2. Montrer que si $u \in [0, +\infty[$ est un élément du domaine de définition de M_X, alors

$$\forall\, a \in \mathbb{R}, \quad P\left(\frac{S_n}{n} \geqslant a\right) \leqslant \Big(e^{-au} M_X(u)\Big)^n.$$

On pourra utiliser l'inégalité de Markov.

3ème Partie
Régularité de M_X lorsque X est une variable aléatoire discrète finie

Soit X une variable aléatoire discrète prenant un nombre fini de valeurs $x_1, \ldots, x_r$ avec les probabilités non nulles respectives $p_1, \ldots, p_r$, où $r \in \mathbb{N}^*$; c'est-à-dire que $X(\Omega) = \{x_1, \ldots, x_r\}$, avec $r \geqslant 1$, et $P(X = x_k) = p_k > 0$, pour tout $k \in \{1, \ldots, r\}$.

3.1. Expression et quelques propriétés de M_X

3.1.1. Montrer que la fonction M_X est définie sur $\mathbb{R}$ tout entier et que

$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad M_X(t) = E(e^{tX}) = \sum_{k=1}^{r} p_k e^{x_k t}.$$

3.1.2. Justifier que la fonction M_X est strictement positive et préciser la valeur de $M_X(0)$.

3.1.3. Montrer que, pour tout entier naturel non nul k, la fonction M_X est $k-$fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et que

$$M_X^{(k)}(0) = E(X^k).$$

Dans la suite, on note ln *la fonction logarithme népérien et on définit la fonction φ_X sur $\mathbb{R}^*$ par :*

$$\forall\, t \in \mathbb{R}^*, \quad \varphi_X(t) = \frac{\ln(M_X(t))}{t}.$$

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2564 - Wadifa Info - page 4/6

3.2. Vérifier que φ_X est bien définie sur $\mathbb{R}^*$ et montrer qu'elle est prolongeable par continuité en 0.
Dans la suite, on note encore φ_X la fonction ainsi prolongée.

3.3. Préciser la valeur de $\varphi_X(0)$ et écrire le développement limité au voisinage de 0 à l'ordre 2 de la fonction M_X.

3.4. Montrer que la fonction φ_X est dérivable en 0 et calculer $\varphi'_X(0)$ en fonction de la variance $V(X)$ de X. *On pourra justifier que la fonction φ_X admet un développement limité au voisinage de 0 à l'ordre 1 et le calculer.*

3.5. Montrer que si la variable aléatoire X ne prend que des valeurs négatives ou nulles alors, pour tout $t \geqslant 0$,

$$\varphi_X(t) \leqslant E(X) + \frac{t}{2}E(X^2).$$

On pourra vérifier que, pour tout $u \leqslant 0$, $e^u \leqslant 1 + u + \frac{u^2}{2}$.

4ème Partie
Variables aléatoires sous-gaussiennes

Soit X une variable aléatoire discrète définie sur l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et soit $\alpha > 0$; on dit que X est α-sous-gaussienne si la fonction M_X est définie sur $\mathbb{R}$ tout entier et si de plus :

$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad M_X(t) = E(e^{tX}) \leqslant e^{\frac{\alpha^2 t^2}{2}}.$$

5.1. Un exemple

On suppose ici que la variable aléatoire X est telle que $X(\Omega) = \{-1, 1\}$ et que $P(X = -1) = P(X = 1) = \frac{1}{2}$.

5.1.1. Montrer que X est 1-sous-gaussienne, c'est-à-dire que la fonction M_X est définie sur $\mathbb{R}$ et vérifie

$$\forall\, t \in \mathbb{R}, \quad M_X(t) \leqslant e^{\frac{t^2}{2}}.$$

On pourra utiliser la question **1.2.4.** *de la première partie.*

5.1.2. On considère un entier naturel $n \geqslant 1$ et des variables aléatoires mutuellement indépendantes $X_1, \ldots, X_n$ définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et suivant la même loi que la variable aléatoire X.

(i) Montrer que pour tout réel t et tout $(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n$, la variable aléatoire $e^{t(a_1X_1 + \cdots + a_nX_n)}$ admet une espérance et que

$$E(e^{t(a_1X_1 + \cdots + a_nX_n)}) = \prod_{k=1}^{n} \left(\frac{e^{-t\,a_k} + e^{t\,a_k}}{2} \right).$$

(ii) En déduire que si $(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n \setminus \{0_{\mathbb{R}^n}\}$, alors la variable aléatoire $a_1X_1 + \cdots + a_nX_n$ est α-sous-gaussienne, avec $\alpha = \sqrt{a_1^2 + \cdots + a_n^2}$.

5.2. On revient au cas général et on suppose ici que la variable aléatoire X est centrée, c'est à dire que $E(X) = 0$.

5.2.1. Montrer que si X est bornée par 1, alors elle est 1-sous-gaussienne. *On pourra utiliser* **1.1.2.** *et* **1.2.4.**

5.2.2. En déduire que si X est bornée par $\alpha > 0$, alors elle est α-sous-gaussienne.

5.3. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $X_1, \ldots, X_n$ des variables aléatoires, définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$, mutuellement indépendantes et α-sous-gaussiennes, avec $\alpha > 0$.

Montrer que si $\mu_1, \ldots, \mu_n$ sont des nombres réels tels que $\sum_{k=1}^{n} \mu_k^2 = 1$, alors la variable aléatoire $\sum_{k=1}^{n} \mu_k X_k$ est α-sous-gaussienne.

5.4. Une inégalité

Soit X une variable aléatoire α-sous-gaussienne, avec $\alpha > 0$, et soit $\lambda > 0$.

5.4.1. Montrer que, pour tout $t > 0$, $P(X \geqslant \lambda) = P(e^{tX} \geqslant e^{t\lambda})$.

5.4.2. Montrer que, pour tout $t > 0$, $P(X \geqslant \lambda) \leqslant e^{\frac{\alpha^2 t^2}{2} - t\lambda}$.

5.4.3. En déduire que $P(|X| \geqslant \lambda) \leqslant 2e^{-\frac{\lambda^2}{2\alpha^2}}$. *On pourra étudier la fonction $x \longmapsto \frac{\alpha^2}{2}x^2 - \lambda\, x$ définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$.*

5.5. Une autre inégalité

On suppose ici que la variable aléatoire X est telle que $X(\Omega) = \{-1, 1\}$ et que $P(X = -1) = P(X = 1) = \frac{1}{2}$. On considère un entier naturel $n \geqslant 1$ et des variables aléatoires mutuellement indépendantes $X_1, \ldots, X_n$ définies sur $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ et suivant la même loi que la variable aléatoire X.

Montrer que pour tout réel $t > 0$ et tout $(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n \setminus \{0_{\mathbb{R}^n}\}$,

$$P\Big(\big|a_1X_1 + \cdots + a_nX_n\big| \geqslant t\Big) \leqslant 2e^{-\frac{t^2}{2(a_1^2 + \cdots + a_n^2)}}.$$

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2564 - Wadifa Info - page 5/6

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج المدارس الوطنية للتجارة والتسيير ENCG 2009 - اختبار الأهلية للتكوين في

Modèle concours d'accès – Réseau des Écoles Nationales de Commerce et de Gestion (ENCG) 2009 – Test d'Admissibilité à

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1185

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me