



TEST METIER ACTUARIAT

Durée : une heure et demi

Nom :

Prénom :

CIN :

N° d'examen :

Mode d'emploi :

Cochez la bonne réponse, en mettant une croix dans la ou les case(s) appropriée(s), suivant la nature et le contenu de la question

Question 1 : (1Point)

On suppose que les probabilités de survie d'une tête d'âge actuel de 55 ans, à 60 ans et 65 ans valent respectivement : ${}_5P_{55} = 0,96868$ et ${}_{10}P_{55} = 0,92421$

Quelle est la probabilité pour qu'une tête de 60 ans survive à 65 ans ?

${}_5P_{60} = 0,95$	X
${}_5P_{60} = 0,85$	
${}_5P_{60} = 0,75$	
${}_5P_{60} = 0,65$	

Question 2 (1Point) : Si une personne doit décéder entre 55 et 65 ans, quelle est la probabilité pour qu'elle soit encore en vie à 60 ans ?

a- $p = 58,68\%$	X
b- $p = 68,58\%$	
c- $p = 80,68\%$	
d- $p = 58,8\%$	

Question 3 (1Point) : On observe un groupe de 100 personnes âgées de 55 ans.

- Quelle est l'espérance mathématique du nombre de décès entre 60 et 65 ans ?

a- $E(K) = 4,59$	X
b- $E(K) = 5,78$	
c- $E(K) = 7,9$	
d- $E(K) = 3,2$	

Question 4(1Point) : Soit p_k les probabilités pour qu'il y ait k décès dans le groupe, pour k allant de 1 à 5. Quel est la valeur de k la plus probable ?

a- $k = 1$	
b- $k = 2$	
c- $k = 3$	
d- $k = 4$	X

Question 5 (1Point) : On suppose que la durée de vie d'un individu dans une population donnée est modélisée par une variable aléatoire continue X dont la fonction de densité de probabilité est donnée par:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2(100 - x)^2 & \text{si } 0 \leq x \leq 100 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Ou k est une constante positive

Quelle est la valeur de k ?

a- $k = 3 \times 10^{-9}$	X
b- $k = 4 \times 10^{-9}$	
c- $k = 5 \times 10^{-9}$	
d- $k = 3 \times 10^{-8}$	

Question 6(1Point) : Quel est la probabilité d'un individu mesure entre 60 ans et 70 ans?

a- $p=0,1561$	x
b- $p=0,610$	
c- $p=0,768$	
d- $p=0,1006$	

Question 7(1Point) : - Quelle est l'espérance de vie d'un individu dans cette population?

a- $E(X)=50$ ans	x
b- $E(X)=55$ ans	
c- $E(X)=60$ ans	
d- $E(X)=61$ ans	

Question 8 (1Point)

Les couts des sinistres sont représentés par une suite de variables aléatoires positives i.i.d. de fonction de répartition F et d'espérance finie μ . Une compagnie d'assurance ne rembourse que les sinistres d'un montant supérieur à la franchise δ .

Le coût des sinistres assurés est donc : $X_\delta = (X_i - \delta)_+$

Quel est le coût moyen d'un sinistre assuré lorsque les X_i suivent la loi exponentielle de paramètre λ

$E[X_\delta] = \frac{e^{-\lambda\delta}}{\lambda}$	x
$E[X_\delta] = \frac{e^{-2\lambda\delta}}{\lambda}$	
$E[X_\delta] = \frac{e^{-2\lambda\delta}}{2\lambda}$	
$E[X_\delta] = \frac{e^{\lambda\delta}}{\lambda}$	

Question 9(1Point) : Quel est le coût moyen d'un sinistre assuré lorsque les X_i suivent la loi de Pareto $P(\alpha)$ avec $\alpha > 1$ et $\frac{1}{\alpha} > c$

a- $E[X_\delta] = \frac{c^\alpha \delta^{1-\alpha}}{\alpha-1}$	x
b- $E[X_\delta] = \frac{c^{2\alpha} \delta^{1-\alpha}}{\alpha-1}$	
c- $E[X_\delta] = \frac{c^\alpha \delta^{1-\alpha}}{\alpha}$	

Question 10(1Point) : Soit $\{X_i\}$ une suite de variables aléatoires i.i.d. positives d'espérances finie μ et de fonction de répartition F . soit $u > 0$ (le capital initial), $c > 0$ la prime et R le processus défini par :

$$R(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$$

Quelle est la condition de solvabilité à long terme entre c , θ et μ :

a- $c > \theta\mu$	X
b- $c < \theta\mu$	
c- $c = \theta\mu$	

Question 11(5Points) : On suppose qu'un risque peut être modélisé par un nombre de sinistres N obéissant à la loi :

$$P(N=k) = p \cdot (1-p)^k \text{ avec } 0 < p < 1$$

Par ailleurs, les montants de sinistres Y ont la densité de probabilité $f(y) = \alpha \cdot \exp(-\alpha y)$ pour $y > 0$, avec $\alpha > 0$

1) Quelle est l'espérance de N ?

a- $E(N) = (1-p)/p$	X
b- $E(N) = (1-2p)/p$	
c- $E(N) = (1-p)/2p$	
d- $E(N) = 1/p$	

2) Quelle est la variance de Y ?

a- $V(Y) = 1/\alpha^2$	X
b- $V(Y) = 2/\alpha^2$	
c- $V(Y) = \alpha^2$	
d- $V(Y) = 2\alpha^2$	

3) quelle est l'expression de l'espérance mathématique de la charge annuelle des sinistres

a- $E(X) = (1-p)/(\alpha p)$	X
b- $E(X) = (1-p)/(2\alpha p)$	
c- $E(X) = (1-2p)/(\alpha p)$	
d- $E(X) = 1/(\alpha p)$	

4) quelle est l'expression de la variance de la charge annuelle des sinistres

a- $V(X) = (1-p^2)/(\alpha^2 p^2)$	X
b- $V(X) = (1-2p^2)/(\alpha^2 p^2)$	
c- $V(X) = (1-p^2)/(2\alpha^2 p^2)$	
d- $V(X) = 1/(\alpha^2 p^2)$	

5) Quelle est la valeur des paramètres pour que $E(N)=0,1$ et $E(Y)=9750$

a- $P=0,909$ et $\alpha = 1,02564 \times 10^{-4}$	X
b- $P=0,87$ et $\alpha = 1,02564 \times 10^{-4}$	
c- $P=0,909$ et $\alpha = 1,564 \times 10^{-3}$	

Question 16(1Point) : On suppose que la catégorie d'assurance regroupe n risques indépendants de ce type, avec une prime commerciale de 1500. Une commission de 20% est versée à un intermédiaire et le cout annuel de gestion par contrat est de 80.

Quelles conditions doivent être vérifiées par le nombre n de contrats pour que le coefficient de sécurité soit au moins égal à 4, la perte annuelle acceptable K étant égale à 500 000 ?

a- $145\sqrt{n^2} - 17872\sqrt{n} + 500000 \leq 0$	X
b- $145\sqrt{n^2} - 17872\sqrt{n} + 500000 = 0$	
c- $145\sqrt{n^2} - 17872\sqrt{n} + 500000 \geq 0$	

Question 17(4 Points) : La durée de vie d'une machine à laver avant sa première panne, exprimée en mois, suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,04$.

1) Quelle est la probabilité qu'une machine ne subisse aucune panne pendant les 24 premiers mois ?

a- $P(X > 24) = 0,38$	X
b- $P(X > 24) = 0,47$	
c- $P(X > 24) = 0,21$	
d- $P(X > 24) = 0,3$	

2) Quelle est la probabilité que la durée de vie de l'appareil soit de 1000 heures au maximum

a- $p=0,229$	X
b- $p=0,299$	
c- $p=0,301$	
d- $p=0,321$	

3) Sachant que l'appareil a fonctionné plus de 2000 heures, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 3000 heures

a- $p=0,229$	X
b- $p=0,219$	
c- $p=0,12$	
d- $p=0,192$	

4) Quelle est la valeur du réel λ telle que la probabilité $p(1 \leq X \leq 2)$ soit égale à $\frac{1}{4}$

a- $\lambda = \ln(2)$	X
b- $\lambda = \ln(3)$	
c- $\lambda = 0$	
d- $\lambda = \ln(4)$	