

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale, de l'Enseignement Supérieur,
de la Formation des Cadres et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
Ecole Supérieure des Industries du Textile et de l'Habillement
ESITH

Concours National Commun d'admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs ou assimilées Session 2010

ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Filière **BCPST**

Durée 3 heures

Cette épreuve comporte 5 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages.
L'usage de la calculatrice est autorisé.**

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les **références** des questions abordées.

Énergie éolienne

Dans le cadre du développement durable, on s'intéresse à la création de petites unités de production électrique à partir d'énergies renouvelables. On se propose ici d'étudier quelques aspects de fonctionnement d'une éolienne de petite ou moyenne puissance, destinée à alimenter des sites isolés. Le problème est composé de deux parties largement indépendantes. La première partie traite la mise en rotation de l'hélice de l'éolienne par un transfert d'énergie cinétique du vent. Dans la deuxième partie, on s'intéresse à la conversion de l'énergie mécanique de l'éolienne en énergie électrique.

Dans les applications numériques, qui ne doivent pas être négligées, une attention particulière sera prêtée au nombre de chiffres à utiliser pour afficher les résultats. Ce nombre, qui dépend en général du niveau de précision recherché, ne doit en aucun cas dépasser le nombre de chiffres significatifs permis par les données. La valeur numérique de toute grandeur physique doit être accompagnée de son unité dans le système international des unités (SI).

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

1^{ère} partie

Transfert de puissance de l'air à l'éolienne

On s'intéresse dans cette partie à un écoulement axial de l'air autour de l'hélice d'une éolienne (voir figure 1) en faisant les hypothèses suivantes :

- L'air est considéré comme un fluide parfait, homogène et incompressible de masse volumique μ , en écoulement dans un référentiel $\mathcal{R}$ lié au sol et supposé galiléen.
- On suppose l'écoulement de l'air stationnaire et à symétrie de révolution autour de l'axe de rotation de l'hélice.
- La pression garde la même valeur sur une section droite du tube de courant. A grande distance de l'hélice, la pression est uniforme et égale à la pression atmosphérique notée p_0 .
- Les sections S_A et S_B du tube de courant au niveau de l'hélice sont égales à S ($S_A \simeq S_B \simeq S$). On note p_A la pression sur S_A et p_B sur S_B .
- l'écoulement étant turbulent au niveau de l'hélice, on admet pour simplifier que la vitesse $\vec{v}$ de l'air est la même entre S_A et S_B .

1.1. Étude préliminaire de l'écoulement

- 1.1.1. Définir le débit massique et le débit volumique d'un fluide à travers une surface Σ .
- 1.1.2. Rappeler la loi de conservation de la masse.

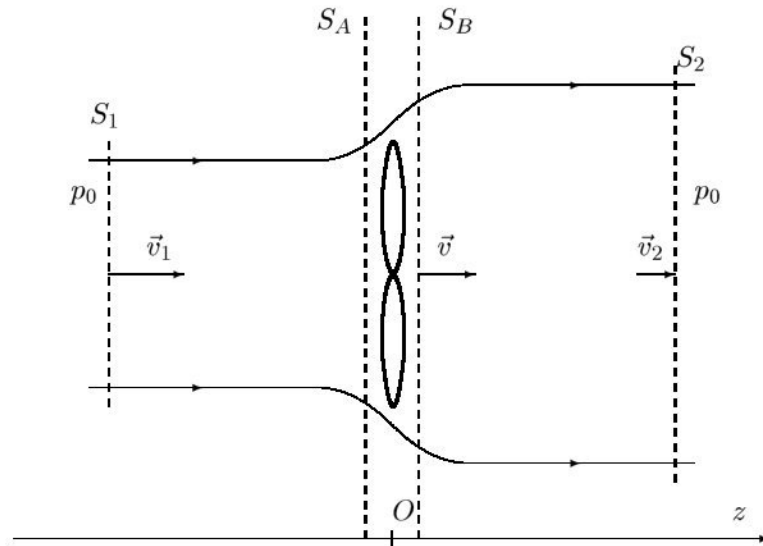


Figure 1: Écoulement axial de l'air autour d'une hélice.

1.1.3. Écrire les expressions des débits massiques $D_{m,1}$, D_m et $D_{m,2}$ de l'air à travers les sections S_1 , S et S_2 respectivement du tube de courant de la figure 1.

1.1.4. Montrer que ces débits massiques sont égaux : $D_{m,1} = D_m = D_{m,2}$.

1.1.5. On note v_1 , v_2 et v les modules des vecteurs vitesses $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ et $\vec{v}$ respectivement. En déduire deux relations entre S_1 , S_2 , S , v_1 , v_2 et v .

1.1.6. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, homogène et incompressible d'un fluide parfait, BERNOULLI a établi la relation :

$$\frac{v^2}{2} + e_{pm} + \frac{p}{\mu} = cste$$

Que représente cette relation ? Quelle est la signification physique de chacun des trois termes ?

Par la suite, on néglige les effets de la pesanteur.

1.2. Force exercée par l'air sur l'hélice

1.2.1. Écrire la relation de BERNOULLI suivant une ligne de courant entre les sections S_1 et S_A d'une part et entre les sections S_B et S_2 d'autre part. En déduire l'expression de la pression p_A en fonction de p_0 , μ , v_1 et v , puis celle de p_B en fonction de p_0 , μ , v_2 et v .

1.2.2. Écrire l'expression de la force $\vec{F}$ exercée par l'air sur l'hélice en fonction de p_A , p_B , S et $\vec{e}_z$, puis en fonction de v_1 , v_2 , μ , S et $\vec{e}_z$. $\vec{e}_z$ étant le vecteur unitaire de l'axe des z .

1.2.3. Écrire le bilan de quantité de mouvement pour le fluide situé entre les sections S_1 et S_2 du tube de courant.

1.2.4. En déduire l'expression de la force $\vec{F}$ exercée par l'air sur l'hélice en fonction de D_m , $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$, puis en fonction de μ , S , v , v_1 , v_2 et $\vec{e}_z$.

1.2.5. Montrer que la vitesse v de l'air au niveau de l'hélice est donnée par l'expression :

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

1.3. Étude de la puissance reçue par l'hélice : loi de BETZ

La production d'énergie se fait au préjudice de l'énergie cinétique du vent : lors de son passage à travers l'hélice, une fraction de l'énergie cinétique de l'air est transférée à l'hélice qui se met en rotation. La vitesse v_2 est donc nécessairement inférieure à v_1 . On notera $\mathcal{P}$ la puissance reçue par l'hélice et on admettra l'expression suivante :

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

1.3.1. Écrire l'expression de la puissance mécanique $\mathcal{P}$ cédée par l'air à l'hélice en fonction de μ, S, v, v_1 et v_2 .

1.3.2. On pose $x = \frac{v_2}{v_1}$. Montrer que la puissance $\mathcal{P}$ reçue par l'hélice s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{P} = \frac{\mu S v_1^3}{4} (1+x)(1-x^2)$$

1.3.3. Pour une vitesse v_1 donnée du vent en amont de l'éolienne, la vitesse en aval v_2 ne pouvant pas s'annuler ; il existe une puissance maximale P_{max} que l'on peut extraire de la circulation d'air (Loi de BETZ).

1.3.3.1. Pour quelle valeur x_m de x la puissance $\mathcal{P}$ est-elle maximale. Donner la valeur de la puissance maximale $\mathcal{P}_{max}$ (dite limite de BETZ) en fonction de des grandeurs μ, S et v_1 . Tracer l'allure de $\mathcal{P}(x)$.

1.3.3.2. Pour $x = x_m$, déterminer les expressions des expressions de v_2 et v en fonction de v_1 , et l'expression de la force F exercée par l'air sur l'hélice en fonction de μ, S et v_1 .

1.3.4. Le rendement de l'éolienne est défini comme le rapport de la puissance $\mathcal{P}$ fournie par l'air à l'hélice au débit d'énergie cinétique en amont de l'éolienne.

1.3.4.1. Écrire l'expression du débit de l'énergie cinétique $\dot{E}_c$ à travers une section droite de surface S où la vitesse est v_1 .

1.3.4.2. En déduire le rendement théorique de l'éolienne r_{th} en fonction de x .

1.3.5. Application numérique : $\mu = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$; $v_1 = 12 \text{ m.s}^{-1}$; $S = 3,14 \text{ m}^2$. Calculer P_{max} et le rendement associé r_{th} .

1.3.6. Dans la pratique, le rendement théorique maximal pour une éolienne idéale n'est jamais réalisé à cause des effets suivants :

- L'écoulement de l'air a une composante rotative due à la rotation de l'hélice.
- La force de trainée n'est jamais nulle à cause des frottements.
- L'hélice contient un nombre fini de pales.

Le rendement est alors plus faible et la puissance peut s'écrire :

$$\mathcal{P}_{reel} = \frac{1}{2} C_p \mu S v_1^3$$

où C_p est le coefficient de performance. Il dépend de la géométrie, de l'inclinaison des pales et de la vitesse du vent.

1.3.6.1. Montrer que C_p admet une valeur maximale à cause de la loi de BETZ.

1.3.6.2. Calculer numériquement C_p pour une puissance réelle $\mathcal{P}_{reel} = 900 \text{ W}$.

2^{ème} partie

Transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique

Cette partie consiste à étudier la conversion de l'énergie mécanique de l'éolienne en énergie électrique : les pales de l'éolienne entraînent une génératrice électrique qui doit fournir une énergie électrique "utile".

La génératrice utilisée est une machine à courant alternatif. Le principe simplifié de cette machine, telle qu'elle sera utilisée dans la suite, est représenté sur le schéma de la figure 2.

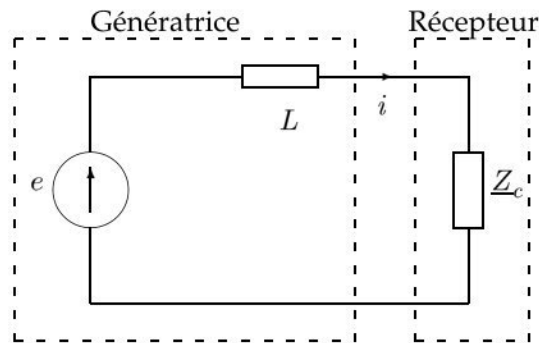


Figure 2: Schéma équivalent de la génératrice connectée à un récepteur.

Sur ce schéma, $e(t)$ désigne la force électromotrice (ou f.e.m.), $i(t)$ représente le courant délivré par la machine (convention générateur) et L représente l'inductance équivalente du bobinage de la machine. Le courant et la f.e.m. sont supposés sinusoïdaux, de même pulsation ω . On peut alors noter :

$$e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi)$$

E et I représentent respectivement la valeur efficace de $e(t)$ et $i(t)$. L'angle ϕ est le déphasage du courant par rapport à la f.e.m.

La valeur efficace E et la pulsation ω sont liées à la vitesse angulaire de rotation de l'hélice de l'éolienne Ω par les relations suivantes :

$$E = k \Omega$$

$$\omega = n \Omega$$

k et n sont deux constantes de fabrication de la machine. On prendra pour les valeurs numériques : $k = 14 \text{ V.s}$; $n = 20$ et $L = 30 \text{ mH}$.

En régime permanent, l'éolienne tourne à vitesse constante $\Omega_0 = 15,7 \text{ rad.s}^{-1}$. Dans ces conditions, la valeur efficace de la f.e.m. ainsi que la pulsation ω sont constantes.

2.1. Calculer les valeurs numériques de E et de ω ainsi que la fréquence f de toutes les grandeurs sinusoïdales.

2.2. Quelle est, en *tours/mn*, la vitesse de rotation de l'éolienne notée N_0 ?

2.3. La machine débite sur un récepteur résistif de résistance $R = 10 \Omega$. Déterminer les valeurs numériques de I , ϕ et la valeur efficace V de la tension aux bornes du récepteur. Écrire l'expression numérique de la tension $v(t)$ en notation réelle.

2.4. La machine débite maintenant sur un récepteur purement inductif d'inductance $L_c = 20 \text{ mH}$. Déterminer les valeurs numériques de I , ϕ et V . Écrire l'expression numérique de la tension $v(t)$.

2.5. On souhaite évaluer la puissance délivrée par la génératrice sur un récepteur résistif et inductif de résistance $R = 10 \Omega$ et d'inductance $L_c = 20 \text{ mH}$.

2.5.1. Établir les expressions complexes puis réelles de l'intensité de courant $i(t)$ qui traverse le circuit électrique et de la tension $v(t)$ aux bornes du récepteur.

2.5.2. En déduire l'expression de la puissance moyenne $\mathcal{P}_r$ délivrée au récepteur, en fonction de E , R , L , L_c et ω .

2.5.3. Déterminer les valeurs numériques de I , V et $\mathcal{P}_r$.

2.5.4. Calculer la puissance $\mathcal{P}_g$ délivrée par le générateur de f.e.m. $e(t)$. Comparer $\mathcal{P}_g$ à $\mathcal{P}_r$. Commenter.

2.6. Quelle est l'effet d'une variation de la vitesse de rotation de l'hélice Ω ?

FIN DE L'ÉPREUVE