

Ecole Nationale des Sciences Appliquées

Concours d'entrée en première année du cycle préparatoire

Epreuve de mathématiques : Durée 1H30

Responsable : ALI OUKHOUYA

Mise en garde :

-
- 1°) Il est interdit d'utiliser les portables , calculatrices ou tout autre document .
- 2°) Dans chaque question il y a une seule réponse correct , il faut alors cocher une seule case qui correspond à la bonne réponse .
- 3°) Deux cases cochées valent -1 .
- 4°) Règles de Notation :
- Réponse juste = $+1$; Réponse fausse = -1 ; Sans réponse = 0 .
-

Question 1 : Soit f la fonction définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \text{ par : } f(x) = \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

Alors :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty \quad ; \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 \quad ; \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \quad ; \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1 \quad .$$

Question 2 : Soit $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \arctan\left(\frac{1}{2x^2}\right) - \arctan\left(\frac{x}{x+1}\right) + \arctan\left(\frac{x-1}{x}\right)$

- a) f est constante égale à 1 .
- b) f est constante égale à 0 .
- c) f n'est pas constante .
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{\pi}{4}$

Question 3 : Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $U_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$, on a alors :

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$; b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \ln(2)$; c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$; d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$.

Question 4 : Soit $(u_n)_n$ la suite définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n^2}$

a) La suite $(u_n)_n$ est croissante et tend vers $+\infty$.

b) La suite $(u_n)_n$ est décroissante et tend vers 0 .

c) La suite $(u_n)_n$ est convergente vers 1 .

d) $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq \frac{1}{2}$.

Question 5 : On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - (1 + m)y' + my = 0$.

a) Si $m = 1$ les solutions de (E) sont de la forme $y(t) = \alpha e^t + \beta e^{-t}$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.

b) Si $m \neq 1$ les solutions de (E) sont de la forme $y(t) = \alpha \cos t + \beta \sin(mt)$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.

c) Si $m = 1$ les solutions de (E) sont de la forme $y(t) = (\alpha t + \beta) e^t$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.

d) Si $m = 0$ les solutions de (E) sont de la forme $y(t) = (\alpha t + \beta) e^t$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$.

Question 6 : Soit $Z = (1 + i\sqrt{3})^5 + (1 - i\sqrt{3})^5$ alors

a) $Z = -32$; b) $Z = 16 e^{i\frac{5\pi}{3}}$; c) $Z = 32$; d) $Z = 64 e^{i\frac{5\pi}{6}}$

Question 7 : On note $z_1, \dots, z_n$ les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $z^n = 1$

On pose $S = z_1 + z_2 + \dots + z_n$ et $P = z_1 z_2 \dots z_n$, alors :

a) $S = 0$ et $P = (-1)^n$

b) $S = 0$ et $P = 1$

c) $S = 1$ et $P = (-1)^n$

d) $S = 1$ et $P = 0$.

Question 8 : Pour $(m, n) \in \mathbb{N}^2$, on pose $I_{n,m} = \int_0^{2\pi} \cos(nt) \cos(mt) dt$.

a) Si $m = n$, $I_{n,m} = \pi$.

b) Si $m \neq n$, $I_{n,m} = 2\pi$.

c) Si $m \neq n$, $I_{n,m} = 0$.

d) Si $m = n$, $I_{n,m} = 2\pi$.

Question 9 : Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que $a < b$ et $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ sur $[a, b]$. Alors :

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt = b - a$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt = +\infty$.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt = 0$.
- d) La suite de terme général $\int_0^{2\pi} f(t) \cos(nt) dt$ n'a pas de limite lorsque $n \rightarrow +\infty$.

Question 10 : Parmi les ensembles suivants lequel est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$:

- a) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 - y^2 = 0\}$.
- b) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x \geq 0\}$.
- c) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y + z = 1\}$.
- d) $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y + z = 0\}$.

Question 11 : Soit a, b et c des réels et $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Alors :

- a) $A^n = \begin{pmatrix} a^n & b^n \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$.
- b) $A^n = \begin{pmatrix} a^n & nb^n \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$.
- c) $A^n = \begin{pmatrix} a^n & na^{n-1}b \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$.
- d) $A^n = \begin{pmatrix} a^n & a^n b^n \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$.

Question 12 : Deux augmentations successives de 10% du prix d'un produit donne une augmentation de :

- a) 20% ; b) 12,1% ; c) 21% ; d) 10%

Question 13 : Une augmentation de 10% puis une baisse du prix d'un produit de 10% donne :

- a) Un prix inchangé .
- b) Une baisse de 1% .
- c) Une augmentation de 1% .
- d) Une variation de 10% .

Question 14 : Soit $A(2, 1)$, $B(-1, 2)$ et $M(3, 4)$ des points du plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$. Alors la distance d de M à la droite (AB) vaut :

- a) $d = \sqrt{10}$; b) $d = 5$; c) $d = 10$; d) $d = \sqrt{5}$.

Question 15: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 1, 0)$, $B(1, 2, 1)$, $C(3, -1, 2)$ alors :

- a) A , B et C sont alignés
- b) les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires .
- c) L'équation du plan contenant les points A, B et C est : $2x + y - z - 3 = 0$
- d) Les droites (OA) et (BC) sont parallèles .

