

Concours d'entrée en 1^{ère} année de l'ENSA de Marrakech

Epreuve de mathématiques (durée 1h)

Remarques importantes

- 1) La documentations et les calculatrices sont interdites.
- 2) Parmi les réponses proposées elle n'y a qu'une qui est juste.
- 3) Cochez la case qui correspond à la réponse correcte sur la fiche de réponses.
- 4) Réponse juste = **1 point** ; Réponse fausse = **-1 point** ; pas de réponse = **0 point**.

Noter Bien Plus qu'une case cochée = **-1 point**.

Exercice 1 Dans un examen fait par Q.C.M (Questions à choix multiples) on peut répondre par <<vrai>> ou <<faux>>. Cet examen comporte 15 questions. Combien y-at-il de copies différentes possibles ?

(Une copie est une liste de 15 réponses ; pour que deux copies soient différentes, il suffit qu'à l'une des questions la réponse soit <<vrai>> dans une copie et <<faux>> dans l'autre.)

- a) $15!$ (factorielle 15)
- b) C_{15}^{15} (les combinaisons)
- c) A_{15}^{15} (les arrangements)
- d) 2^{15}

Exercice 2 Indiquer la phrase qui vous semblent correcte parmi les phrases suivantes :

- a) Le produit d'un rationnel et d'un irrationnel est un irrationnel.
- b) La somme de deux nombres irrationnels est irrationnelle.
- c) Le produit de deux nombres irrationnels est irrationnel
- d) La somme d'un nombre rationnel et d'un irrationnel est irrationnelle.

Exercice 3 L'inéquation $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{x^3}$ a pour solution

- a) $] -\infty, 1]$
 - b) $[1, +\infty[$
 - c) $[-1, 0[$
 - d) $[-1, 0[\cup [1, +\infty[$
-

Exercice 4 Soit m une constante de $\mathbb{R}$ et la fonction h définie par

$$h(x) = x^m - (\ln x)^2.$$

Parmi les limites suivantes la quelle qui est vraie :

- a) Si $m > 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$
 - b) Si $m < 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 0$
 - c) Si $m \leq 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$
 - d) Si $m > 0$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$
-

Exercice 5 La limite de la fonction

$$f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{1 - x}$$

quand x tend vers 1^- vaut

- a) -2
 - b) 1
 - c) 2
 - d) n'existe pas
-

Exercice 6 *La dérivée de la fonction*

$$f(x) = x + \cos^2(x)$$

ou $x \in \mathbb{R}$, est une fonction

- a) *paire*
 - b) *ne s'annule pas*
 - c) *à valeurs toujours positives*
 - d) *aucune réponse correcte*
-

Exercice 7 *La limite de la fonction*

$$g(x) = \frac{\sin^9 x + \cos^6 x + 1}{e^{-x} + 1}$$

quand x tend vers $+\infty$ vaut :

- a) *0*
 - b) *$+\infty$*
 - c) *n'existe pas*
 - d) *1*
-

Exercice 8 *Soit U_n la suite de terme général*

$$U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad n \neq 0$$

- a) *Positive*
 - b) *Croissante*
 - c) *Majorée*
 - d) *Décroissante et minorée.*
-

Exercice 9 Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = 2x + 1 + \sqrt{4x^2 + 4x}$$

et on note par Df le domaine de définition de f .

- a) $Df = [0, \infty[$
 - b) la fonction f est dérivable sur Df
 - c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{f(x)-1}{x} \right) = 0$
 - d) la courbe de la fonction f présente en $(0,1)$ un demi-tangente verticale.
-

Exercice 10 On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$;

$$u_n = u_{n-1} + \frac{1 + u_{n-1}}{1 + 2u_{n-1}}.$$

- a) la suite u_n est croissante
 - b) la suite u_n est strictement croissante
 - c) la suite u_n est majorée
 - d) la suite u_n est convergente
-

Exercice 11 a) $\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a + b) + \cos(a - b)]$

- b) $\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a + b) + \sin(a - b)]$
 - c) $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a + b) + \cos(a - b)]$
 - d) $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$
-

Exercice 12 Parmi les relations suivantes, quelle est celle qu'est vérifiée quels que soient les quatres réels x_1, x_2, y_1 et y_2 , vérifiant $x_1 \leq y_1$ et $x_2 \leq y_2$?

- a) $x_1^2 \leq y_1^2$
- b) $x_1 - x_2 \leq y_1 - y_2$

- c) $\frac{1}{4}e^{y_1+y_2} - \frac{1}{5}e^{x_1+x_2} + 0,05 \geq 0$
- d) $x_1x_2 \leq y_1y_2$
-

Exercice 13 Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que la dérivée d'ordre $n+1$ de la fonction $x^n e^{\frac{1}{x}}$ est :

- a) $\frac{(-1)^n}{x^{n+2}} e^{\frac{1}{x}}$
- b) $\frac{(-1)^{n+2}}{x^{n+2}} e^{\frac{1}{x}}$
- c) $\frac{(-1)^{n+3}}{x^{n+2}} e^{\frac{1}{x}}$
- d) $\frac{(-1)^{n+1}}{x^{n+1}} e^{\frac{1}{x}}$
-

Exercice 14 L'intégrale suivante

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x \, dx$$

égale à :

- a) $\frac{2\pi}{15}$
- b) $\frac{4\pi}{15}$
- c) $\frac{4}{15}$
- d) $\frac{2}{15}$
-

Exercice 15 Dans le repère $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère la sphère (S) d'équation :
 $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z + \frac{3}{4} = 0$
 et le plan (P) d'équation $y + z = 0$.

- a) Le centre de la sphère est $(\frac{1}{2}, 0, 0)$
- b) Le plan (P) est tangente à la sphère (S)
- c) L'intersection de (P) et (S) est un cercle.
- d) Aucune réponse correcte