

CONCOURS D'ACCES EN PREMIERE ANNEE DU CYCLE D'INGENIEURS D'ETAT 29-06-2004

Epreuve de PHYSIQUE (Durée :3Heures)

Avertissement

- Les 2 problèmes doivent être traités sur des feuilles séparées.
- L'appréciation des copies tient compte de la rigueur, de la clarté des raisonnements et de la présentation.

PROBLEME1

Dipôle électrostatique dans le vide

Ce problème aborde quelques aspects des dipôles électriques.

On donne en coordonnées sphériques : $\vec{\text{grad}} V = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$

Pour toutes les applications, on suppose l'espace rapporté à un repère orthonormé galiléen Oxyz dont les vecteurs unitaires des axes Ox, Oy et Oz sont notés respectivement $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$. A un point M quelconque, on associe des coordonnées cartésiennes x, y et z ainsi que le vecteur $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r \vec{u}_r$, r étant la norme de $\vec{r}$.

On considère un ensemble de deux charges ponctuelles fixes : -q en N (0, 0, -a/2) et +q en P (0, 0, a/2), a et q étant des quantités positives.

1. Donnez l'expression du moment dipolaire électrique $\vec{p}$ de cette distribution de deux charges, en fonction de q, de a et de $\vec{u}_z$.
2. Calculer le potentiel électrostatique créé par ce dipôle en un point M, situé à très grande distance du dipôle ($r \gg a$). (On utilisera les coordonnées sphériques r, θ , φ avec $\theta = (\vec{u}_z, \vec{u}_r)$).
3. En déduire les composantes (en coordonnées sphériques) du champ électrostatique créé par ce dipôle.
Trouver une relation exprimant le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ en fonction de $\vec{r}$ et $\vec{p}$.
4. Déterminer l'équation des lignes de champ sous la forme d'une relation entre r et l'angle θ .
5. Le dipôle (toujours rigide) est maintenant plongé dans un champ électrostatique extérieur.

Quelles sont les actions subies par ce dipôle ? (On pourra donner les expressions sans démonstrations).

6. Application :

Une molécule polarisable plongée dans un champ électrique $\vec{E}_{\text{ext}}$ acquiert un moment dipolaire induit $\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}_{\text{ext}}$. Où ϵ_0 est la permittivité électrique du vide et α une constante positive.

On considère un dipôle $\vec{p}_1 = p_1 \vec{u}_z$ placé en O et une molécule polarisable placée en M avec $\overrightarrow{OM} = z_M \vec{u}_z$.

Exprimer en fonction de z_M la force exercée par le dipôle sur la molécule, préciser si cette force est attractive ou répulsive.

PROBLEME2

Données :

$c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ célérité des ondes électromagnétiques dans le vide.

1^{ère} Partie

Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide .

- 1) Rappeler l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.
- 2) Montrer qu'une fonction de la forme: $f(x,t) = f_1(t - \frac{x}{c}) + f_2(t + \frac{x}{c})$ est solution de l'équation de propagation , Quelle est la signification de $f_1(t - \frac{x}{c})$ et de $f_2(t + \frac{x}{c})$?
- 3) Soit un champ électrique $\vec{E}$ de la forme: $\vec{E} = E_0 \cos(\omega(t - \frac{x}{c}))\vec{u}_z$ dans un repère cartésien.
 - a) Montrer que les surfaces équiphasés, pour t fixé, sont des plans.
 - b) Montrer que $\vec{E}$ vérifie l'équation de propagation dite de d' Alembert : $\square \vec{E} = \vec{0}$.
- 4) A partir des équations de Maxwell, déduire l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ associé. Pour ce faire, on ne s'intéressera qu'à la partie variable dans le temps des champs, c'est-à-dire que les constantes d'intégration seront prises nulles.
- 5) En déduire la structure de l'onde plane:
 - a) Quelle est la nature du trièdre $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{K})$, où $\vec{K}$ est le vecteur d'onde, dont on précisera la direction et la norme.
 - b) Quel est le rapport des normes des champs: $\frac{E}{B}$?

2^{ème} Partie

Réflexion d'une onde électromagnétique par un plan métallique.

- Une onde incidente $(\vec{E}_i, \vec{B}_i, \vec{K}_i)$ tombe normalement sur un plan métallique, considéré comme un conducteur parfait, situé dans le plan $x = L$ avec $\vec{E}_i = E_{0i} \cos(\omega(t - \frac{x}{c}))\vec{u}_z$
- 6) Rappeler, sans les démontrer, les conditions que doivent satisfaire les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ dans le vide, à la limite du conducteur métallique, supposé « parfait ». On précisera bien les composantes normales et tangentielles des champs, par rapport à la surface du plan métallique.
 - 7) Traduire ces conditions par des relations entre les composantes sur les axes (Ox, Oy, Oz)

- 8) Le champ électrique $\vec{E}_i$ de l'onde incidente vérifie-t-il les conditions aux limites à la surface du plan conducteur ? Montrer l'existence d'un champ électrique réfléchi $\vec{E}_r$, pour les satisfaire.
- 9) On admet l'expression suivante du champ réfléchi: $\vec{E}_r = E_{0r} \cos(\omega'(t + \frac{x-2L}{c}))\vec{u}_z$
- Préciser la relation entre la pulsation de l'onde réfléchie ω' et la pulsation de l'onde incidente ω .
 - justifier l'expression en $(t + \frac{x-2L}{c})$.
 - donner la valeur de E_{0r} en fonction de E_{0i} .
- 10) En déduire l'expression du champ magnétique réfléchi associé $\vec{B}_r$. Retrouve-t-on bien la structure de l'onde plane pour l'onde réfléchie ?
- 11) Donner l'expression du champ électrique total: $\vec{E}(t,x) = \vec{E}_i(t,x) + \vec{E}_r(t,x)$. Ce champ se propage-t-il toujours ? Quel est le phénomène observé ?
- 12) On admet que la puissance instantanée $P(x,t)$, qui travers l'unité de surface du plan d'abscisse x , est proportionnelle au carré de du champ électrique de l'onde résultante dans ce plan à la date t . On note P_0 la valeur maximale de $P(x,t)$.
- Exprimer, la valeur moyenne temporelle $P_m(x)$ de $P(x,t)$, en fonction de ω, x, c, L et P_0 .
 - Représenter l'allure de $P_m(x)$ pour x compris entre 0 et L .

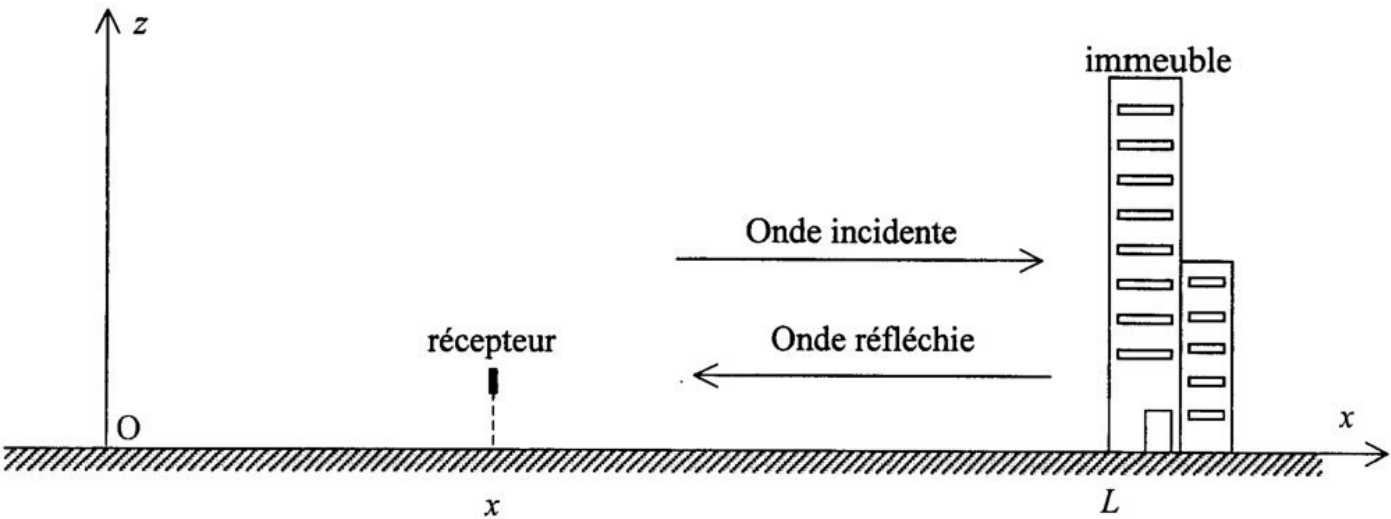
3^{ème} Partie

Réception du signal téléphonie mobile

On s'intéresse à une étude simplifiée de certaines difficultés de la réception d'un signal en téléphonie mobile.

On considère, pour simplifier, que l'onde incidente précédente est issue d'une station de base avec $\omega = 2\pi f$ et on prend $f = 900\text{MHz}$.

Un immeuble situé en $x = L$ réfléchit l'onde et se comporte comme un conducteur parfait (voir figure).



La puissance P reçue par le téléphone mobile (récepteur) dans la position x , est proportionnelle à $P_m(x)$.

On suppose que le signal ne peut être détecté par le récepteur que si $P_m(x)$ est supérieure à une puissance seuil P_s . $P_s = \frac{P_0}{20}$.

13) Sur le graphe représentant $P_m(x)$ représenter P_s et indiquer les segments sur Ox où le signal n'est pas détecté. Quelle est la longueur de chacun des intervalles ?

14) Déterminer la durée moyenne des coupures du récepteur (téléphone mobile) porté par un piéton se déplaçant à la vitesse $v = 4 \text{ km/h}$ suivant l'axe des x .

15) Déterminer la durée moyenne des coupures dans le cas où le téléphone mobile est utilisé par un passager d'une automobile qui se déplace à la vitesse de 40 km/h .

16) Commenter ces deux déterminations.