- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de l'épreuve sont relativement indépendantes entre elles.*

L'épreuve est composée de deux parties indépendantes, à l'intérieur desquelles de nombreuses questions peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

La partie 1 est notée sur ***4 points***, la partie 2 sur ***16 points***.

Partie 1

Thermodynamique

On désigne par C_V et C_P les capacités thermiques respectivement à volume et à pression constants et par γ le rapport $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. On suppose que ces trois grandeurs sont indépendantes de la température et de la pression. On rappelle que $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ et $C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$, où U est l'énergie interne et H est l'enthalpie.

1. Donner l'équation d'état vérifiée par n moles d'un gaz parfait en indiquant le nom et l'unité de chaque grandeur.

2. Préciser les unités de C_V et C_P.

3. Simplifier les expressions de C_V et C_P pour un gaz parfait.

4. Quelle est la relation qui lie la fonction d'état H à la fonction d'état U ?

5. Établir la relation dite de Mayer, $C_P - C_V = nR$.

6. Exprimer C_V et C_P en fonction de n, R et γ.

Partie 2

Viscosité

La ténacité d'un liquide résulte de la liaison réciproque des particules du liquide entre elles. Plus cette liaison augmente, plus la mobilité des particules diminue. La formation d'un gradient de vitesse dans un profil d'écoulement nécessite alors une contrainte de cisaillement plus élevée. Décrivant la ténacité du liquide, le facteur de proportionnalité entre le gradient de vitesse et la contrainte de cisaillement est une grandeur appelée « viscosité dynamique ».

Dans l'industrie, la viscosité a une très grande importance pratique, car elle conditionne l'écoulement des fluides dans les canalisations et le long des parois. Elle permet de mesurer directement ou indirectement certaines caractéristiques

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1916 - Wadifa Info - page 1/7

des produits (texture, taille de polymère, ...). Elle conditionne le bon fonctionnement des processus (combustion, imprimerie, couchage, ...).

Données :

- Dans un écoulement de fluide newtonien incompressible, le champ de vitesse $\vec{v}(M,t)$ et le champ de pression $P(M,t)$ sont reliés par l'équation de Navier-Stokes :
$$\rho\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\left(\vec{v}.\overrightarrow{grad}\right)\vec{v}\right]=\vec{f}_v-\overrightarrow{grad}P+\eta\Delta\vec{v}$$
- Équation locale de conservation de la masse dans le cas d'un fluide quelconque : $\frac{\partial\rho}{\partial t}+div\left(\rho\vec{v}\right)=0$.
- Divergence d'un vecteur $\vec{A}=A_r\vec{e}_r+A_\theta\vec{e}_\theta+A_z\vec{e}_z$: $div\vec{A}=\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$.
- Laplacien de la composante orthoradiale d'un vecteur :
$\Delta\left(A(r)\vec{e}_\theta\right)=\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{A}{r}\right)+\frac{\partial^2 A}{\partial r^2}\right)\vec{e}_\theta$.
- Élément de surface en coordonnées cylindriques :
$d\vec{S}=rd\theta dz\vec{e}_r+drdz\vec{e}_\theta+rd\theta dr\vec{e}_z$.

1. Écoulement de Couette-Taylor

On étudie l'écoulement d'un fluide entre deux cylindres coaxiaux verticaux (C_1) et (C_2), de rayons respectifs R_1 et R_2, et de même hauteur L $(L>>R_2>R_1)$. Le cylindre intérieur (C_1) et le cylindre extérieur (C_2) sont mis en rotation autour de leur axe (Oz) avec les vitesses angulaires respectives $\vec{\omega}_1=\omega_1\vec{e}_z$ et $\vec{\omega}_2=\omega_2\vec{e}_z$ constantes (figure 1).
L'espace annulaire entre les deux cylindres est rempli du liquide de viscosité dynamique η. Ce liquide, de masse volumique ρ, est visqueux,

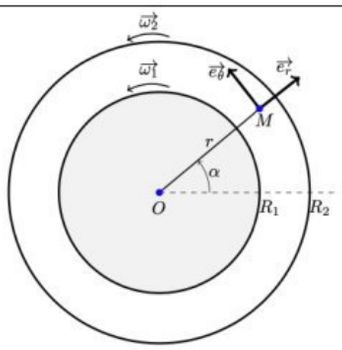

Figure 1 : écoulement de Couette entre deux cylindres coaxiaux en rotation.

newtonien, homogène, isotrope et incompressible. On suppose $e=R_2-R_1<<R_1$ et on se place en régime stationnaire. La hauteur h du liquide est suffisante pour pouvoir négliger les effets de bord, et notamment l'action du fond sur le liquide.

On suppose que l'écoulement du fluide entre les deux cylindres est laminaire et est uniquement provoqué par la rotation des cylindres et qu'aucun gradient de pression extérieur n'est appliqué.

On repère un point de l'espace par ses coordonnées cylindriques (r,θ,z) auxquelles on assoie la base orthonormée directe $\left(\vec{e}_r,\vec{e}_\theta,\vec{e}_z\right)$, $\vec{e}_z$ étant vertical ascendant.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1916 - Wadifa Info - page 2/7

Le champ de pesanteur est supposé uniforme, $\vec{g} = -g\vec{e_z}$. La force de viscosité qui s'exerce sur l'élément de surface dS est $d\vec{f} = \eta r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\theta}{r}\right) dS \vec{e_\theta}$. L'étude est faite dans le référentiel du laboratoire que l'on considère galiléen.

1.1. Définir ce qu'est un fluide newtonien. Citer un exemple de fluide newtonien et un autre de fluide non newtonien.

1.2. Donner l'équation aux dimensions et l'unité de la viscosité dynamique η dans le système SI. Donner l'ordre de grandeur de la viscosité dans le cas de l'eau.

1.3. Quelle conséquence l'hypothèse de fluide incompressible a-t-elle sur la masse volumique du fluide ?

1.4. Lorsqu'on met (C_1) en rotation, que se passe-t-il dans le fluide ? En déduire que la forme la plus simple du champ de vitesses que l'on puisse imaginer, en coordonnées cylindriques est $\vec{v} = v(r,\theta,z)\vec{e_\theta}$.

1.5. Simplifier l'expression du champ de vitesses par des considérations de symétrie.

1.6. Indiquer en justifiant de quelle(s) variable(s) spatiale(s) dépend le champ de pression.

1.7. Que représente l'équation de Navier-Stokes ? Interpréter chacun de ses termes.

1.8. Réécrire l'équation de Navier-Stokes dans les conditions de l'écoulement étudié.

1.9. Déduire les trois équations scalaires :

$$\begin{cases} \rho \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{\partial P}{\partial r} & (1) \\ 0 = \dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{v}{r}\right) + \dfrac{\partial^2 v}{\partial r^2} & (2) \\ 0 = \rho g + \dfrac{\partial P}{\partial z} & (3) \end{cases}$$

1.10. Montrer que l'une de ces trois équations s'intègre sous la forme : $P(r,z) = C_0 z + f(r)$, où $f(r)$ est une fonction de la seule variable radiale et C_0 est une constante que l'on exprimera en fonction des données. Conclure.

1.11. Montrer que le champ de vitesse se met nécessairement sous la forme $v(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r}$, C_1 et C_2 sont deux constantes que l'on ne cherchera pas à déterminer ici.

1.12. Déterminer le champ de pression $p(r,z)$.

1.13. En utilisant les conditions aux limites, déterminer l'expression de C_1 et celle de C_2. À quoi correspondrait le cas limite $\omega_1 = \omega_2 \neq 0$?

1.14. Exprimer $d\vec{F}$, la force élémentaire de viscosité que le fluide exerce sur l'élément de surface dS de la paroi externe du cylindre intérieur.

1.15. Exprimer $d\vec{\Gamma}$, le moment de la force $d\vec{F}$. En déduire le couple $\vec{\Gamma}$ résultant exercé par le fluide sur le cylindre intérieur. Commenter l'expression trouvée.

1.16. Le système étudié précédemment décrit le principe du viscosimètre dit de Couette inventé par Couette en 1890. Ce type de viscosimètre est utilisé

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1916 - Wadifa Info - page 3/7

dans certains secteurs industriels pour la mesure de la viscosité de liquides. Le cylindre extérieur tourne à la vitesse angulaire constante $\omega_2 = \omega > 0$, le cylindre intérieur est fixe ($\omega_1 = 0$). Déduire du résultat de la question précédente le couple Γ_u qu'il est nécessaire d'appliquer au cylindre intérieur pour le maintenir immobile.

1.17. Déduire de ce qui précède l'expression de la viscosité η en fonction de Γ_u et des autres paramètres connus. Montrer qu'en mesurant le couple appliqué au cylindre tournant en fonction de la vitesse de rotation constante ω, on peut remonter à la viscosité du liquide.

1.18. Dans le but d'avoir une bonne précision sur la mesure de η, comment faut-il choisir $\alpha = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$, R_1 et h étant fixés ?

1.19. Indépendamment de toute problématique de thermique, d'un point de vue hydrodynamique, à quoi faut-il faire attention lorsque l'on fait de telles mesures di viscosité ?

1.20. On place un liquide de viscosité η inconnue dans le viscosimètre de Couette dont les dimensions sont $R_1 = 45{,}0mm$, $R_2 = 45{,}4mm$, $h = 150{,}0mm$ (figure 2). Le cylindre extérieur tournant à la vitesse constante $\omega_2 = \omega = 102\ tours/\min$, le cylindre intérieur étant fixe, on mesure un couple $|\Gamma_a| = 142.10^{-3} N.m$. Calculer la viscosité η.

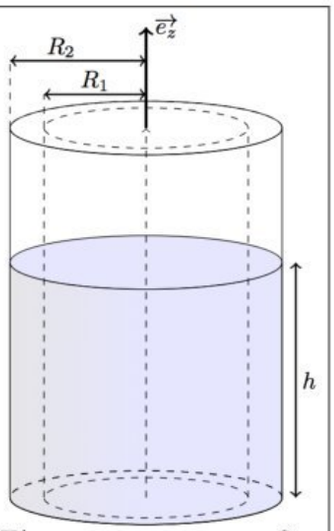

Figure 2 : Viscosimètre de couette

2. Contrôle de la vitesse de rotation du cylindre extérieur

Le cylindre mobile du viscosimètre de couette étudié ci-dessus est entraîné à vitesse de rotation variable $\omega_2 = \omega$ par un moteur à courant continu à aimants permanents. À des fins d'analyse, cette vitesse est traduite sous forme d'une tension quasi-continue v_s à l'aide d'un dispositif optoélectronique. En régime stationnaire, le cylindre intérieur est maintenu immobile ($\omega_1 = 0$) grâce à un couple qu'on lui impose. La f.é.m. du moteur est liée à la vitesse de rotation de ce dernier par la relation : $E = k\omega$, avec $k = 3{,}34.10^{-2} SI$, E en volt et ω en $rad.s^{-1}$. On suppose que cette expression est valable que le moteur soit à vide ou en charge.

Le schéma électrique équivalent représentant l'induit du moteur à courant continu est donné par la figure 3. I représente l'intensité du courant absorbé par l'induit de résistance $r = 0{,}33\Omega$. Les pertes magnétiques et mécaniques sont modélisées par un couple résistant de moment supposé constant : $\Gamma_r = 0{,}02N.m$.

La partie mobile du viscosimètre développe un couple résistant (égal au couple utile développé par le moteur en régime stationnaire) de moment Γ_u variant de 0 à $0{,}28N.m$ en fonction de la vitesse de rotation et de la viscosité du fluide à étudier.

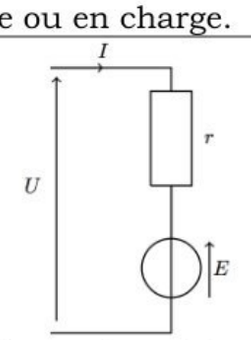

Figure 3 : schéma électrique équivalent

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1916 - Wadifa Info - page 4/7

2.1. Exprimer la tension U aux bornes de l'induit du moteur en fonction des données.

2.2. Dans cette question, on suppose que le moteur tourne à vide avec, ω_0 la vitesse de rotation, I_0 l'intensité du courant et E_0 la f.é.m. correspondant à ce cas.

2.2.1. Exprimer la puissance électromagnétique P_{em_0} développée par le moteur en fonction de Γ_r et ω_0, puis en fonction de E_0 et I_0.

2.2.2. En déduire l'expression de I_0 en fonction de Γ_r et k. Calculer sa valeur numérique.

2.3. Dans cette question, on suppose que le moteur développe son couple maximal.

2.3.1. Exprimer l'intensité $I_{\max}$ du courant absorbé par l'induit du moteur. Calculer sa valeur numérique.

2.3.2. En déduire la tension $U_{\max}$ qu'il faut appliquer au moteur pour qu'il tourne, à pleine charge, à la vitesse de rotation $\omega_{\max} = 628 rad.s^{-1}$.

2.3.3. Calculer le rendement η_m du moteur développant son couple maximal à cette vitesse de rotation.

2.4. Un photodétecteur est installé à proximité d'un disque solidaire du rotor du moteur et percé de dix trous équidistants à sa périphérie. Il fournit la tension $v_p(t)$ représentée dans la figure 4. Cette tension commande un monostable non redéclenchable. La tension de sortie $v_m(t)$ du monostable est nulle lorsque celui-ci est à l'état stable.

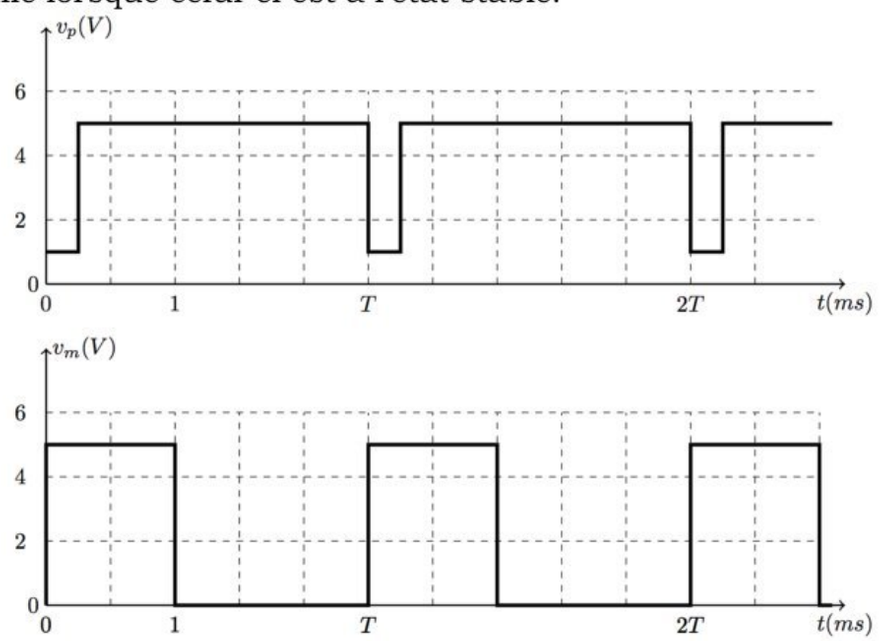

Figure 4

2.4.1. Que vaut la période propre T_0 (durée de l'état instable) du monostable ?

2.4.2. Déterminer la fréquence f de la tension $v_m(t)$. En déduire, en $rad.s^{-1}$, la vitesse de rotation ω_d du disque percé de 10 trous.

2.4.3. Exprimer en volts, la valeur moyenne $< v_m(t) >$ de $v_m(t)$ en fonction de T (en s) puis de ω (en $rad.s^{-1}$).

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1916 - Wadifa Info - page 5/7

2.5. La tension $v_1(t)$ est appliquée à l'entrée d'un filtre dont le diagramme de Bode en amplitude est représenté dans la figure 5.

2.5.1. En utilisant le diagramme de la figure 5, déterminer la nature du filtre, la fréquence de coupure f_c du filtre à – 3 dB et son ordre.

2.5.2. À quelle condition sur f_c le signal de sortie correspondra-t-il à une composante continue ?

Pour une fréquence de rotation particulière, la tension $v_1(t)$ possède la décomposition en série de Fourier suivante :

$$v_1(t) = 2{,}5 + \frac{10}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)}\sin\left[(2k+1).1000\pi t\right]$$

$v_1(t)$ étant exprimée en volts et t en secondes.

2.5.3. Calculer numériquement la fréquence de $v_1(t)$.

2.5.4. Préciser la valeur moyenne de $v_1(t)$.

2.5.5. En utilisant le diagramme de la figure 5, déterminer la valeur moyenne de la tension $v_s(t)$ puis l'amplitude du fondamental de $v_s(t)$ lorsque la tension $v_1(t)$ est appliquée à son entrée.

2.5.6. Dire si un tel filtrage paraît suffisant.

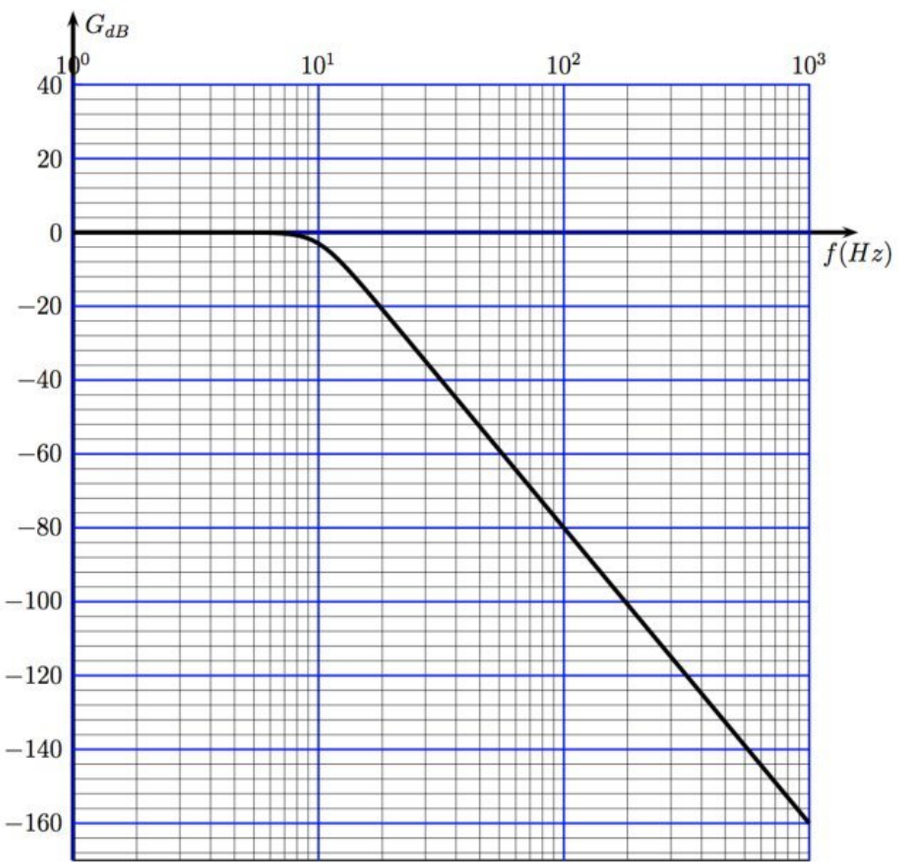

Figure 5 : diagramme de Bode en amplitude du filtre.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1916 - Wadifa Info - page 6/7

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي - المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016 -

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale – École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me