

- On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.
- Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties du problème sont relativement indépendantes entre elles.

L'énergie électrique : centrale solaire

La prise électrique que nous connaissons tous, est l'aboutissement de tout un réseau de production et de transport de l'énergie électrique. Les centrales solaires ont pour rôle de transformer l'énergie électromagnétique contenue dans le rayonnement solaire en énergie électrique.

Dans ce problème, nous aborderons quelques aspects des problèmes liés à la production de l'énergie électrique dans une centrale solaire, à son transport et à sa gestion.

Les différentes parties de ce problème sont largement indépendantes.

Données :

- Constante de Planck : $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.
- Perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.
- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

1. Rayonnement solaire

Depuis 4,6 milliards d'années, le Soleil nous apporte lumière et chaleur. Il rayonne $3,86 \cdot 10^{26} \text{ W}$, la même puissance que trois cents millions de milliards de centrales nucléaires de 1300 MW soit cent milliards de milliards de kilowattheures par seconde. Aujourd'hui, l'homme a pour ambition de maîtriser cette source d'énergie pour produire de l'électricité au travers des cellules photovoltaïques.

- 1.1. Le Soleil est un réacteur où se produit une réaction dite nucléaire. Quel type de réaction nucléaire est-il responsable du rayonnement solaire ? En quoi consiste cette réaction ? Comment interpréter que cette réaction libère de l'énergie ? Sous quelle(s) forme(s) cette énergie est-elle libérée ?
- 1.2. Pour expliquer l'énergie qui vient du Soleil, on considère qu'elle est transportée par des ondes électromagnétiques. Afin de simplifier l'étude, on considère une onde électromagnétique sinusoïdale de pulsation ω et de

vecteur d'onde $\vec{k}$. Cette onde se propage dans l'espace, vide de charge et de courant, dont les propriétés électriques et magnétiques sont assimilées à celles du vide. On associe à l'espace le référentiel $R(O, x, y, z, t)$ auquel on associe la base cartésienne orthonormée $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. L'axe (Oz) est dirigé du centre S du Soleil à celui T de la Terre. On repère un point M de l'espace par ses coordonnées cartésiennes x , y et z à l'instant t .

Le champ électrique de cette onde au point M s'écrit : $\vec{E}(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x$, où E_0 est l'amplitude du champ électrique.

1.2.1. Caractériser le champ électrique de cette onde en précisant la direction et le sens de propagation, la planéité, l'état de polarisation. Quelle est l'unité de l'amplitude E_0 ?

1.2.2. On rappelle le système des équations de Maxwell qui relie les champs électrique $\vec{E}(M, t)$ et magnétique $\vec{B}(M, t)$ dans le vide en l'absence de charge et de courant :

$$\text{div}(\vec{E}(M, t)) = 0, \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}(M, t)) = -\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t}, \quad \text{div}(\vec{B}(M, t)) = 0 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}(M, t)) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M, t)}{\partial t}.$$

1.2.2.1. À partir de ces équations, établir l'équation de propagation du champ électrique. Quelle est l'expression de la vitesse v de propagation de l'onde ? On donne : $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u})) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) - \Delta \vec{u}$.

1.2.2.2. Sachant que le champ électrique de l'onde décrite ci-dessus est solution des équations de Maxwell, établir le relation reliant le module d'onde $k = \|\vec{k}\|$, la pulsation ω , la permittivité ϵ_0 et la perméabilité magnétique μ_0 du vide.

1.2.3. Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ au point M à l'instant t .

1.2.4. Les ondes électromagnétiques émises par le Soleil transportent de l'énergie.

1.2.4.1. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M, t)$ de l'onde envisagée au point M à l'instant t . Quelle est sa signification physique ? Donner son unité.

1.2.4.2. En déduire sa valeur moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi}(M, t) \rangle$. Commenter la direction et le sens de $\langle \vec{\Pi}(M, t) \rangle$.

1.2.4.3. Calculer l'énergie moyenne $\langle dW \rangle$ qui traverse une surface d'aire S dont la normale est orientée selon la direction de propagation pendant le temps dt .

1.2.4.4. La puissance moyenne rayonnée par le Soleil et reçue au niveau de la surface de la Terre sur une surface perpendiculaire aux rayons solaires est $P_s = 1000 \text{ W.m}^{-2}$. Calculer la valeur numérique de l'amplitude E_0 du champ électrique.

1.2.5. Le Soleil suit de manière satisfaisante le modèle du corps noir de température T , qui rayonne une puissance surfacique donnée par la loi dite de Stefan : $\varphi(T) = \sigma T^4$ où $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan.

- 1.2.5.1.** Le Soleil est considéré comme une boule sphérique de rayon $R_s = 6,97 \cdot 10^8 \text{ m}$, dont la température de surface est $T_s = 6000 \text{ K}$. Calculer la puissance P_s émise par le Soleil de température de surface T_s .
- 1.2.5.2.** Justifier que, bien que l'on néglige toute absorption de l'onde à l'extérieur du Soleil, la puissance surfacique $\varphi(r)$ reçue à une distance r du centre du Soleil dépende de r . Donner alors l'expression de $\varphi(r)$. Calculer la valeur numérique de $\varphi(d_{ST})$, où d_{ST} désigne la distance entre le Soleil et la Terre. On donne : $d_{ST} = 1,44 \cdot 10^{11} \text{ m}$ et $R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$.
- 1.2.5.3.** Sachant que $d_{ST} \gg R_T$, on peut considérer que la Terre intercepte le rayonnement solaire par un disque de rayon R_T situé à la distance d_{ST} du centre du Soleil. Calculer dans ce cas la puissance P_r reçue par la Terre.
- 1.2.5.4.** La présence de l'atmosphère fait que 34% du rayonnement solaire ainsi reçu par la Terre est réfléchi par cette première. Calculer alors la puissance totale $P_{tot,r}$ reçue du Soleil par la Terre sous forme de rayonnement. Commenter sachant que l'énergie mise en jeu par les différentes activités humaines est estimée à $E = 1,4 \cdot 10^{14} \text{ kWh}$ pour une année.

2. Principe d'une cellule photovoltaïque

On s'intéresse maintenant à la conversion de l'énergie des photons du rayonnement solaire en énergie électrique par une cellule photovoltaïque (doc 1). Pour cela, on propose d'étudier le principe de fonctionnement d'une cellule photovoltaïque qui est la base des panneaux solaires photovoltaïques. Une cellule photovoltaïque est un composant électrique fonctionnant sur un principe de l'effet photovoltaïque, analogue à celui de l'effet photoélectrique.



doc 1 : Cellule photovoltaïque

- 2.1.** Les cellules photovoltaïques les plus répandues sont constituées de semi-conducteurs à base de silicium. On rappelle qu'un champ électromagnétique de fréquence ν est quantifié sous la forme de grains discrets qui portent chacun une énergie $h\nu$. Le travail d'extraction du silicium, c'est-à-dire l'énergie minimale à fournir pour arracher un électron, est de $W_s = 1,12 \text{ eV}$. Quelle est la longueur d'onde seuil pour générer des courants ? On donne : $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
- 2.2.** Une cellule de surface $S = 12 \text{ cm}^2$ est montée sur un système mobile qui poursuit le Soleil afin que les rayons solaires soient perpendiculaires à la cellule. Les midis aux solstices d'été et d'hiver d'un lieu, les puissances surfaciques correspondantes au niveau du sol sont respectivement $\varphi_{été} = 1000 \text{ W.m}^{-2}$ et $\varphi_{hiver} = 50 \text{ W.m}^{-2}$. Étant donné que 20% du flux énergétique (dont les longueurs d'onde sont inférieures à la longueur d'onde seuil) sont utiles pour générer l'effet photovoltaïque, calculer les puissances lumineuses utiles $P_{été}$ et P_{hiver} .
- 2.3.** Afin de simplifier le calcul, on suppose que le rayonnement solaire incident est monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$, calculer l'énergie du

photon et en déduire les flux de photons utiles arrivant sur la cellule les midis aux solstices d'été et d'hiver du lieu considéré.

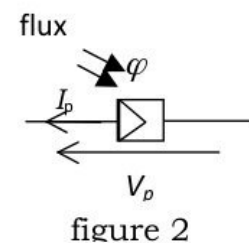
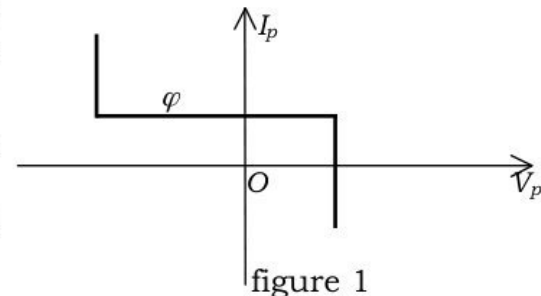
- 2.4.** Le rendement quantique du silicium est de 14 %. Déterminer les courants maximaux pouvant être générés par cette cellule.

Le comportement d'une cellule photovoltaïque est bien représenté par l'expression de la caractéristique donnant le courant I_p en fonction de la tension V_p :

$$I_p = \alpha \varphi S - I_s \left[\exp\left(\frac{V_p}{V_T}\right) - 1 \right] \quad \text{avec } I_s = 0,10 \text{ nA}, \quad \alpha = 0,35 \text{ A.W}^{-1},$$

$S = 12 \text{ cm}^2$ et $V_T = 25,8 \text{ mV}$ à $T = 27^\circ \text{C}$. Les paramètres I_s et V_T sont supposés constants. Le schéma de la figure 1

présente une modélisation simple de la caractéristique $I_p = I_p(V_p)$ d'une cellule photovoltaïque élémentaire lorsqu'elle est éclairée avec un rayonnement de puissance surfacique φ . Les conventions d'orientation de la tension et du courant électrique sont celles indiquées sur la figure 2.



- 2.5.** On branche un ampèremètre continu aux bornes de la cellule photovoltaïque recevant la puissance surfacique φ . Exprimer l'intensité de court-circuit I_{cc} mesurée en fonction de φ . Calculer sa valeur numérique pour $\varphi_1 = 100 \text{ W.m}^{-2}$ et $\varphi_2 = 1000 \text{ W.m}^{-2}$. Commenter.
- 2.6.** On débranche l'ampèremètre et on branche un voltmètre continu aux bornes de la cellule photovoltaïque recevant la puissance surfacique φ . Exprimer la tension de circuit ouvert V_{co} aux bornes de la cellule en fonction de φ . Calculer sa valeur numérique pour les deux puissances surfaciques φ_1 et φ_2 .
- 2.7.** Exprimer la puissance P_u fournie par une cellule. Dans quel domaine de la caractéristique la cellule a le comportement d'un générateur électrique ?

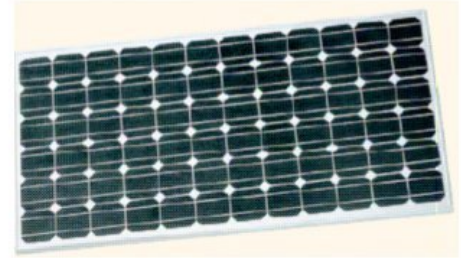
Dans la suite, chaque cellule sera caractérisée par la caractéristique de la figure 1 et une tension du circuit ouvert $V_{co} = U_0 = 0,50 \text{ V}$ que l'on supposera constante.

- 2.8.** Une cellule éclairée par l'éclairement solaire maximal $\varphi_2 = 1000 \text{ W.m}^{-2}$ fournit une puissance maximale P_u . Cette puissance est obtenue pour $V_{pM} = 0,490 \text{ V}$ et $I_{pM} = 0,336 \text{ A}$. La surface éclairée de la cellule est $S = 12 \text{ cm}^2$. Calculer la valeur de la résistance R_c qu'il faudrait brancher aux bornes d'une cellule pour que la puissance soit maximale.

- 2.9.** Calculer numériquement le rendement η_c de la cellule défini par le rapport de la puissance maximale fournie sur la puissance solaire reçue par toute la surface de la cellule. Commenter. Que devient l'énergie reçue par rayonnement qui n'est pas convertie en énergie électrique ?

2.10. De la cellule au module solaire photovoltaïque

De façon à augmenter le niveau de puissance, les modules solaires photovoltaïques (doc 2) regroupent des cellules photovoltaïques identiques associées entre elles, en série et en parallèle (figure 3). Plusieurs modules sont regroupés eux-mêmes associés en série et/ou parallèle pour former une installation solaire de la puissance désirée. On les s'installe sur des supports fixes au sol ou sur des systèmes mobiles de poursuite du Soleil.



doc 2 : panneau photovoltaïque

- 2.10.1.** Représenter la caractéristique d'une association série de deux cellules photovoltaïques. Donner les valeurs respectives de l'intensité de court-circuit I_{cc_2} et de la tension de circuit ouvert V_{co_2} correspondant à cette association. Préciser les valeurs de I_{cc_n} et V_{co_n} si l'on associe n cellules en série. Quel est l'intérêt d'une association en série ?

- 2.10.2.** Représenter la caractéristique d'une association parallèle de deux cellules photovoltaïques. Donner les valeurs respectives de l'intensité de court-circuit I_{cc_2} et de la tension de circuit ouvert V_{co_2} correspondant à cette association. Quel est l'intérêt d'une association en parallèle ?

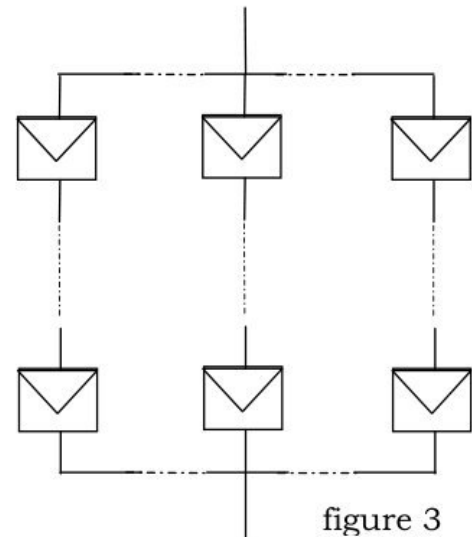


figure 3

- 2.10.3.** En pratique, on associe en parallèle N_p blocs composés chacun de N_s cellules associées en série. On considère un bloc pour lequel $N_s = 50$ et $N_p = 25$ et on suppose que chaque cellule fournit une puissance maximale.
- 2.10.3.1.** Exprimer l'intensité de court-circuit I_{cc} et la tension de circuit ouvert V_{co} correspondant à cette association.
- 2.10.3.2.** Le capteur solaire alimente une résistance R en lui fournissant la puissance maximale. Calculer la valeur numérique de R .
- 2.10.4.** Quelle devrait être la surface d'un capteur solaire recevant une puissance solaire surfacique $\varphi = 1000 \text{ W.m}^{-2}$ pour fournir une puissance 900 MW égale à une centrale nucléaire ? Commenter.

3. Stockage de l'énergie électrique solaire

Le rayonnement solaire n'est pas reçu de façon régulière par les panneaux solaires. On s'intéresse dans cette partie au stockage de l'énergie électrique produite par les panneaux photovoltaïques. Pour cela, on associe le système à un groupement de batteries. On caractérise chaque batterie par un générateur de Thévenin parfait de force électromotrice e_{Th} et de résistance interne r_{Th} (figure 4).

On associe N batteries en un nombre N_b de branches parallèles contenant chacune un nombre N_g de générateurs en série. Ces générateurs sont reliés dans le même sens.

Rappel : le circuit de la figure 5 représente un dipôle linéaire modélisé par une source de courant parfaite de courant électromoteur i_N associée en dérivation avec une résistance r_N (modèle de Norton).

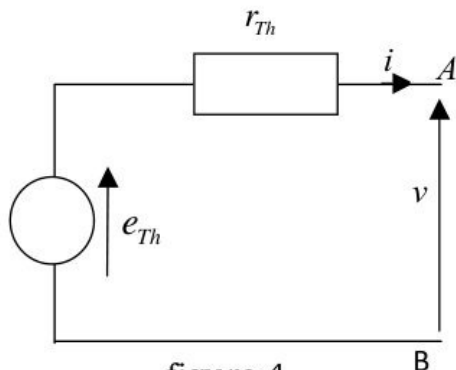


figure 4

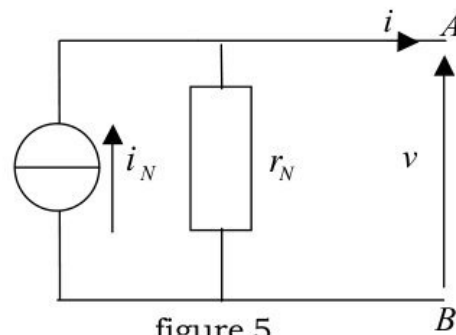


figure 5

- 3.1. Déterminer les relations entre les éléments e_{Th} , r_{Th} , i_N et r_N des modèles de Thévenin et de Norton pour que les deux circuits des figures 4 et 5 soient équivalents entre les bornes A et B.
- 3.2. Exprimer les caractéristiques (η_N, R_N) du générateur de Norton équivalent à une branche de l'association des batteries.
- 3.3. Exprimer les caractéristiques $(\eta_{Nég}, R_{Nég})$ du générateur de Norton équivalent au groupement des N batteries.
- 3.4. En déduire les caractéristiques $(E_{Thég}, R_{Thég})$ du générateur de Thévenin équivalent au groupement des N batteries.
- 3.5. On branche aux bornes du groupement de batteries, une résistance R . On note I l'intensité du courant électrique qui circule dans la résistance.
 - 3.5.1. Exprimer l'intensité I en fonction de N , N_b , e_{Th} , r_{Th} et R .
 - 3.5.2. On fixe le nombre N de batterie. Quelles sont les valeurs de N_b et N_g qui permettraient d'optimiser la puissance dissipée dans la résistance R ?

4. Utilité de transporter l'énergie électrique en haute tension

Les câbles qui transportent l'énergie électrique sont des conducteurs électriques présentant naturellement une résistance. Les pertes par effet Joule dans les lignes sont dues à la résistance de ces derniers et il conviendrait de les minimiser. Le courant continu délivré par la centrale est transformé en courant alternatif à l'aide d'onduleurs.

On modélise le générateur par une source idéale de tension fournissant une tension sinusoïdale $u(t)$ de valeur efficace U et de fréquence f : $u(t) = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft)$. Cette source de tension alimente un récepteur monophasé absorbant le courant $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \varphi)$ (figure 6). Ce récepteur, d'impédance complexe $\underline{Z}_u = R_u + jX_u$, est situé à l'extrémité d'une ligne bifilaire d'impédance complexe $\underline{Z}_l = R_l + jX_l$.

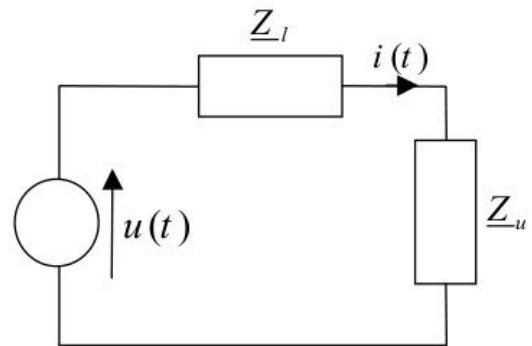


figure 6

- 4.1. Établir l'expression de I et celle du facteur de puissance $\cos(\varphi)$ en fonction de U et $\underline{Z} = \underline{Z}_l + \underline{Z}_u$.
- 4.2. Établir l'expression de la puissance moyenne P_f fournie aux bornes de la source de tension.
- 4.3. Établir l'expression de la puissance moyenne P_u reçue par l'utilisateur. En déduire l'expression du rendement énergétique η de la transmission entre la source et l'utilisateur. Quel paramètre doit-on minimiser pour avoir un meilleur rendement ?
- 4.4. En pratique, le critère le plus pertinent est de rendre la puissance transmise maximale. On suppose alors qu'il est possible de modifier les deux paramètres R_u et X_u . Déterminer dans ce cas les conditions sur ces grandeurs pour que la puissance P_u soit maximale. Calculer dans ces conditions P_u et η .

Application numérique : $U = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ kV}$ et $f = 50 \text{ Hz}$. La ligne de transmission, considérée comme une résistance $R_l = 10 \Omega$ en série avec une inductance $L_l = 0,1 \text{ H}$, alimente une impédance purement résistive $R_u = 20 \Omega$. Calculer les puissances P_f et P_u ainsi que le rendement η .

5. Étude d'un câble de transport de l'énergie électrique

Le choix de la section des conducteurs aériens est imposé par l'effet de peau dans un conducteur parcouru par un courant alternatif.

On veut faire circuler un courant alternatif d'intensité efficace $I = 1200 \text{ A}$ dans un conducteur de $S = 1200 \text{ mm}^2$ de section. Le conducteur, de forme cylindrique,

est une ligne aérienne haute tension de longueur $l = 1 \text{ km}$. La perméabilité magnétique du milieu (air) est $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$.

5.1. Rappeler l'expression de la résistance R d'un conducteur cylindrique de résistivité électrique ρ , de longueur l et de section S .

5.2. Calculer l'épaisseur de peau $\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0 \pi f}}$ à la fréquence $f = 50 \text{ Hz}$ pour un conducteur en alliage aluminium - acier de résistivité $\rho = 30 \cdot 10^{-9} \Omega.m$.

5.3. Expliquer qualitativement comment l'effet de peau pourrait augmenter la résistance du conducteur.

5.4. En admettant qu'en première approximation, le courant circule dans une épaisseur $\delta \ll a$ à la périphérie du conducteur, évaluer la section S_e du fil effectivement parcourue par un courant en fonction du rayon a du câble et de l'épaisseur de peau δ . En déduire la résistance effective R_{e1} de la ligne électrique et les pertes P_{J1} par effet Joule dans la ligne. Calculer leur valeur numérique.

5.5. Afin de réduire les pertes par effet Joule augmenté par l'effet de peau, on remplace le conducteur unique parcouru par le courant d'intensité I et de section S par un faisceau de même section constitué de N_c conducteurs identiques de section $S_{N_c} = \frac{S}{N_c}$ parcourus chacun par le même courant

$$I_{N_c} = \frac{I}{N_c} \text{ (doc. 3).}$$



(doc. 3)

Exprimer la résistance R_{eN_c} des conducteurs à la fréquence $f = 50 \text{ Hz}$. En déduire les pertes P_{JN_c} par effet Joule dans l'ensemble des câbles.

5.6. Application numérique : calculer la résistance R_{eN_c} et les pertes P_{JN_c} dans l'ensemble des câbles pour $N_c = 2$, $N_c = 3$ et pour $N_c = 50$.

5.7. Discuter alors le choix de la section des câbles.

5.8. Le courant alternatif est aujourd'hui la technologie la plus utilisée pour transporter l'électricité en haute et très haute tension. Expliquer pourquoi, pour certaines interconnexions et pour les lignes aériennes, souterraines ou sous-marines au-delà d'une certaine longueur, on doit transporter l'électricité en courant continu plutôt qu'en courant alternatif.