- *On veillera à une présentation et une rédaction claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.*
- *Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*
- *Toutes les réponses devront être très soigneusement justifiées.*
- *Si un résultat donné par l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes. Ainsi, les diverses parties de l'épreuve sont relativement indépendantes entre elles.*

Le sujet est composé de deux parties indépendantes. La partie 1 est notée sur 4 points, la partie 2 sur 16 points.

Partie 1 : Mesure d'une distance focale par la méthode de BESSEL

On donne la relation de conjugaison d'une lentille de centre O, de distance focale f', conjuguant un objet AB et son image $A'B'$: $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

On dispose d'une lentille mince convergente (L) dont on cherche à mesurer la distance focale f'. Un objet réel lumineux AB et un écran (E) sont fixes et distants de D sur un banc optique. L'objet réel AB est situé, à une position prise comme origine de l'axe (Oz), à une distance variable z de la lentille que l'on peut déplacer entre l'objet et l'écran (figure 1-1). On suppose les conditions de GAUSS vérifiées.

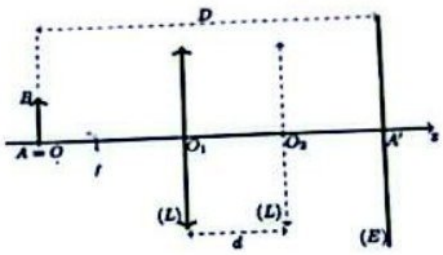

Figure 1-1 : Méthode de BESSEL.

1. Construire l'image réelle $A'B'$ donnée par la lentille dans la position O_1.
2. À partir de la relation de conjugaison de la lentille, établir l'équation du second degré liant z, D et f'.
3. Montrer qu'il existe deux positions de la lentille pour lesquelles on obtient une image réelle $A'B'$ nette sur l'écran si et seulement si $D > 4f'$.
4. On note z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation obtenue dans la question 2. Exprimer la distance $d = z_2 - z_1$ séparant les deux positions précédentes de la lentille. En déduire que la distance focale image de la lentille f' est donnée par :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

5. On mesure expérimentalement D et d pour une lentille convergente. On obtient les résultats suivants :

D (cm)	55,0	60,0	65,0	70,0	75,0	80,0	85,0	90,0
d (cm)	14,3	22,6	29,7	35,1	41,9	47,6	53,5	59,0

Calculer la distance focale f' de la lentille utilisée et évaluer l'incertitude sur le résultat sachant que les mesures sont faites à $5mm$ près.

6. Citer une autre méthode pour déterminer la distance focale d'une lentille convergente.

Partie 2 : Mesure d'une conductivité thermique

La conductivité thermique est une propriété physique spécifique d'un matériau en lien avec sa capacité continue à transmettre de la chaleur d'un point à un autre de ce matériau. Cette propriété décrit comment un matériau réagit rapidement à un changement en température et elle dépend de la capacité du matériau à conduire la chaleur et de sa capacité à accumuler la chaleur.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5636 - Wadifa Info - page 1/6

En pratique, la conductivité thermique est mesurée pour accroître la connaissance des propriétés d'un matériau, dans le but de l'améliorer vis-à-vis d'une application spécifique ou pour pouvoir calculer les champs thermiques dans des systèmes plus ou moins complexes dont il est un des constituants.

Ce sujet s'intéresse à l'étude de la conduction thermique et à la mesure de la conductivité thermique d'un matériau solide, conducteur thermique.

Données :

- Conductivité thermique du cuivre : $\lambda_{Cu} = 390SI$;
- Masse volumique du cuivre : $\rho_{Cu} = 8,92.10^3 kg.m^{-3}$;
- Capacité thermique massique du cuivre : $c_{Cu} = 386J.K^{-1}.kg^{-1}$;
- Conductivité thermique du fer : $\lambda_{Fe} = 80SI$;
- Masse volumique du fer : $\rho_{Fe} = 7,86.10^3 kg.m^{-3}$;
- Capacité thermique massique du fer : $c_{Fe} = 460J.K^{-1}.kg^{-1}$;
- Capacité thermique massique de l'eau : $c_e = 4,18kJ.K^{-1}.kg^{-1}$;
- Loi de FOURIER : $\overrightarrow{j_{th}}(x,t) = -\lambda \overrightarrow{grad}(T(x,t))$.

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, au repère orthonormé direct (O,x,y,z) de base $(\vec{e_x},\vec{e_y},\vec{e_z})$.

1. Conduction thermique

On modélise un matériau solide, homogène et isotrope par une tige cylindrique, d'axe parallèle à (Ox), de rayon a et de longueur l ($l >> a$), figure 2-1. On le caractérise par ses grandeurs thermophysiques, conductivité thermique λ, diffusivité thermique D, masse volumique ρ et capacité thermique massique c, uniformes et constantes.

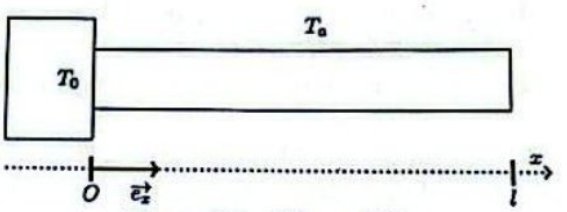

Figure 2-1 : Tige solide.

La tige est encastrée à son extrémité $x = 0$ dans un thermostat, imposant en $x = 0$ la température constante T_0. Le reste de la tige est en contact avec l'air ambiant de température constante T_a.

On étudie le phénomène de diffusion thermique dans la tige. On fait l'hypothèse que la température $T = T(x,t)$ au sein de la tige est uniforme sur une section droite de la tige et ne dépend que de l'abscisse x le long de l'axe (Ox), orienté de l'extrémité fixe à l'extrémité libre avec l'origine au point O, et du temps t. On note $\overrightarrow{j_{th}}(x,t) = j_{th}(x,t)\vec{e_x}$ le vecteur densité de courant thermique de conduction.

On suppose l'absence de toute source d'énergie dans le milieu étudié durant la diffusion thermique.

1.1. Donner les unités de $\overrightarrow{j_{th}}$ et λ.

1.2. De quel(s) paramètre(s) physique(s) peut dépendre λ ?

1.3. Relier la loi de FOURIER au second principe de la thermodynamique.

1.4. On néglige dans cette question les transferts thermiques conducto-convectifs entre la tige et l'air ambiant.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5636 - Wadifa Info - page 2/6

1.4.1. Exprimer la puissance thermique P_{th} qui traverse, à l'abscisse x, une section droite de la tige.

1.4.2. Pour une transformation infinitésimale d'un système fermé, le premier principe de la thermodynamique s'écrit : $dU = \delta W + \delta Q$.
Donner la signification des grandeurs qui apparaissent dans cette expression.

1.4.3. À partir du premier principe de la thermodynamique, écrire le bilan des transferts thermiques pour la tranche de la tige comprise entre les sections x et $x+dx$, entre les instants t et $t+dt$ et établir la relation entre les variations temporelles $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$ de l'énergie interne volumique $u(x,t)$ de la tige et les variations spatiales $\frac{\partial j_{th}(x,t)}{\partial x}$ du vecteur $\overrightarrow{j_{th}}(x,t)$.

1.4.4. Donner l'expression de l'énergie interne volumique $u(x,t)$. On introduira éventuellement une constante additive u_0.

1.4.5. Montrer que la température $T(x,t)$ est régie par l'équation de la diffusion thermique :

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{D}\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$$

Donner l'expression de la diffusivité thermique D en fonction de ρ, c et λ. Préciser la dimension et l'unité de D.

1.4.6. On suppose que $T(x,t=0) = T_0$. Préciser la forme de la solution particulière $T(t)$ de l'équation de diffusion thermique établie dans la question **1.4.5.**

1.4.7. On suppose que $T(x=0,t) = T_0$ et $T(x=l,t) = T_a$. Préciser la forme de la solution particulière $T(x)$ de l'équation de diffusion thermique établie dans la question **1.4.5.**

1.5. On prend en compte les transferts thermiques conducto-convectifs entre la tige et l'air ambiant. Les pertes thermiques à travers un élément de surface dS de la surface latérale de la tige à température $T(x,t)$ pendant la durée dt sont données par la loi de NEWTON :

$$\delta Q_{th}^{cv} = h\big(T(x,t) - T_a\big)dtdS$$

où h est le coefficient de transfert conducto-convectif.

1.5.1. Montrer que la température $T(x,t)$ obéit à l'équation :

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\delta^2}\big(T(x,t) - T_a\big) = \frac{1}{D}\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$$

δ étant une grandeur que l'on exprimera en fonction de λ, a et h. Quelle est la signification physique de δ ? Calculer la valeur de δ pour le fer et le cuivre. On donne : $a = 1cm$, $l = 10cm$, $h_{Cu} \approx h_{Fe} = 10W.K^{-1}.m^{-2}$.

On se place en régime stationnaire et on suppose que la tige est de longueur infinie ($l >> a$). La tige est en contact parfait en $x = 0$ avec le thermostat de température T_0.

1.5.2. Donner la solution générale de l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$.

1.5.3. Écrire les conditions aux limites qui permettent de déterminer les constantes d'intégration.

1.5.4. En tenant compte des conditions aux limites, achever la détermination de $T(x)$.

1.5.5. Commenter qualitativement l'expression de $T(x)$. Représenter le profil de température.

1.5.6. Proposer un code *Python* permettant de tracer la représentation graphique de la température $T(x)$.

1.5.7. Déterminer la puissance totale perdue par la tige vers l'air extérieur.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5636 - Wadifa Info - page 3/6

1.5.8. Que devient l'expression de $T(x)$ lorsque la longueur l n'est pas suffisamment grande ?

1.6. On souhaite estimer l'ordre de grandeur de la durée caractéristique τ_c d'évolution de la température de la tige, sur la distance l, lorsqu'elle est plongée dans l'air avec lequel elle échange de l'énergie selon l'un des modes de transfert thermique, conduction, conducto-convection ou rayonnement. Pour estimer τ_c, on considère que la tige de température moyenne T_0 est plongée dans l'air de température $T_a = T_0 - \Delta T$, avec $\Delta T << T_0$. Afin de simplifier, on s'intéresse dans cette question à l'étude de l'échange thermique de la tige cylindrique, de section $S = \pi a^2$ et de longueur l, avec l'air à travers la section extérieure, le reste de la barre est supposé thermiquement calorifugé.

1.6.1. On note $\tau_c = \tau_F$ le temps caractéristique d'évolution de la température $T(x,t)$ par conduction (loi de FOURIER) sur la distance l. En traduisant en terme d'ordre de grandeur l'équation **1.4.5** à partir des grandeurs élémentaires typiques, estimer, en fonction de ρ, c, λ et l, la durée caractéristique τ_F des échanges par conduction.

1.6.2. La tige, considérée à chaque instant comme isotherme à la température $T(t)$, échange de l'énergie thermique avec l'air uniquement par transfert conducto-convectif régi par la loi de NEWTON. On note h le coefficient de transfert conducto-convectif. En appliquant le premier principe de la thermodynamique à la tige entre deux instants voisins, t et $t+dt$, établir l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$ et montrer que la durée caractéristique $\tau_c = \tau_N$ des échanges conducto-convectifs est donnée par $\tau_N = \dfrac{\rho c l}{h}$.

1.6.3. La tige échange de l'énergie thermique avec l'air uniquement par transfert radiatif régi par la loi de STEFAN. En supposant la température de la tige proche de T_a, la durée caractéristique $\tau_c = \tau_S$ des échanges par rayonnement peut être estimée par l'expression :

$$\tau_S = \frac{1}{4\sigma}\rho^{n_1} c^{n_2} l^{n_3} T_a^{n_4}$$

où n_1, n_2, n_3, et n_4 sont des nombres entiers et $\sigma = 5{,}67.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}$ une constante appelée la constante de STEFAN. Déterminer l'expression de τ_S par analyse dimensionnelle.

1.6.4. Calculer numériquement τ_F, τ_N et τ_S pour le cuivre pour des extensions spatiales sur les longueurs $l = l_1 = 10cm$ et $l = l_2 = 50cm$. On donne : $T_a = 293K$, $h_{Cu} = 10 W.K^{-1}.m^{-2}$ et $a = 1cm$.

1.6.5. Que peut-on dire des durées caractéristiques d'évolution de la température de la tige selon le mode de transfert thermique ? Quelle hypothèse est-il légitime de faire ici ?

2. Mesure de la conductivité du cuivre

Pour mesurer la conductivité thermique λ_{Cu} du cuivre (supposée uniforme et constante), on réalise le montage de la figure 2-2.

On modélise l'échantillon du cuivre par une tige solide cylindrique, homogène et isotrope, d'axe parallèle à (Ox), de rayon a et de longueur l. La tige est calorifugée latéralement à l'aide d'enveloppes isolantes. Le problème est unidimensionnel, $T = T(x,t)$ au sein de la tige ne dépend que de l'abscisse x et du temps t. D'autre part, on ne tient compte que de la diffusion thermique régie par la loi de FOURIER.

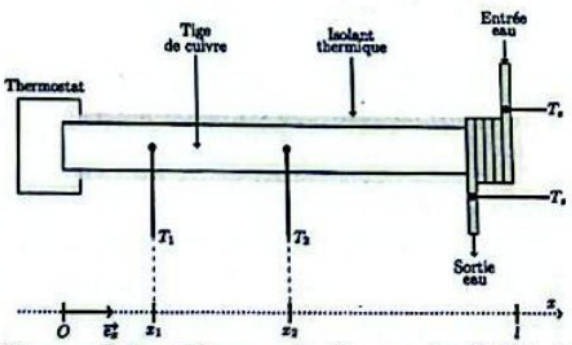

Figure 2-2 : Mesure de la conductivité du cuivre.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5636 - Wadifa Info - page 4/6

Une extrémité de la tige, est chauffée par un thermostat imposant la température constante $T_0 = 100°C$. L'autre extrémité de la tige est en contact avec un serpentin dans lequel circule de l'eau froide (fluide supposé incompressible de capacité thermique massique c_e) avec un débit massique D_m. L'échange thermique entre la tige et l'eau permet de réchauffer l'eau de la température T_e (entrée) à la température T_s (sortie).

Des capteurs thermiques permettent de mesurer les températures T_1 à T_2 de la tige en deux points de celle-ci, d'abscisses respectives x_1 et $x_2 = x_1 + e$, et distants de e, ainsi que les températures T_e et T_s de l'eau juste avant et après la zone d'échange thermique.

On suppose que le régime stationnaire est établi.

2.1. Exprimer la température $T(x)$ en un point de la tige d'abscisse x.

2.2. Exprimer la puissance thermique P_F qui traverse une section de la tige.

2.3. Appliquer le 1er principe de la thermodynamique à une masse dm d'eau traversant le serpentin pendant le temps dt. En déduire la puissance thermique P_e reçue par l'eau au cours de la traversée du serpentin en fonction de T_e et T_s.

2.4. En supposant l'échange thermique entre la tige et l'eau parfait, montrer que la conductivité thermique λ_{Cu} du cuivre est donnée par $\lambda_{Cu} = \lambda_0 \frac{T_s - T_e}{T_1 - T_2}$. Donner l'expression de λ_0. On mesure $T_1 - T_2 = 10°C$ et $T_s - T_e = 13°C$. Calculer la valeur expérimentale λ_{Cu}^{exp} de la conductivité thermique du cuivre. Commenter. On donne $D_m = 0,80 g.s^{-1}$, $e = 10cm$ et $\pi a^2 = 11,5cm^2$.

3. Conductomètre d'INGENHOUSZ

En 1789, le physicien Jan INGENHOUSZ proposa une expérience permettant de comparer les conductivités thermiques de différents métaux (figure 2-3). Des tiges cylindriques homogènes, isotropes, indilatable et indéformable, toutes identiques, sont encastrées par l'une de leurs extrémités (en $x = 0$) dans un récipient contenant de l'eau maintenue en ébullition à la température $T_f = 373K$. Le reste des tiges est en contact avec l'atmosphère de température $T_a = 293K$.

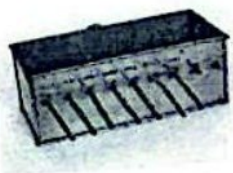

Figure 2-3 : Conductomètre d'INGENHOUSZ.

Les tiges sont initialement enduites par une fine couche de paraffine (pour servir d'indicateur de température) dont la température de fusion est $T_p = 333K$. On suppose que le coefficient h prend la même valeur pour toutes les tiges.

3.1. Calculer pour le fer le temps caractéristique, τ_F, pour une tige de longueurs $l = 10cm$. Comparer au cas du cuivre et commenter le résultat.

3.2. Déterminer la distance x_f le long de laquelle la cire a fondu.

3.3. Considérons deux tiges de conductivités thermiques λ_1 et λ_2 dont les distances mesurées sont respectivement x_{f_1} et x_{f_2}. Proposer une méthode pour mesurer le rapport $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ des conductivités thermiques des deux tiges.

3.4. Application : On mesure pour une tige de cuivre, $x_f(Cu) = 15,6cm$ et pour une tige en étain $x_f(Sn) = 6,4cm$. Calculer numériquement la conductivité thermique λ_{Sn} de l'étain.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5636 - Wadifa Info - page 5/6

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج معاهد التكوين المهني في الميدان الصحي (IFPS) - شعبة مساعد في العلاج

Modèle de concours : accès aux Instituts de Formation Professionnelle dans le domaine de la Santé (IFPS) – Ministère

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2215

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me