المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵎⴰⵏⵓⵔ
ⴰⵙⴳⵎⵉ ⴰⵣⵣⴰⵢⵏ ⵏ ⵜⵙⴷⴰⵡⵉⵜ

المركز الجهوي
لمهن التربية و التكوين
الرباط

شعبة الرياضيات
الثانوي التأهيلي
مدة الانجاز 4 ساعات

## امتحان التخرج

### الوضعية المقترحة:

طلب من أستاذ(ة) متدرب(ة) تهييء بعض التمارين الخاصة بدرس المرجح بالنسبة لمستوى السنة الأولى بكالوريا لشعبتي العلوم الرياضية و العلوم التجريبية، و قدم له الجدولان التاليان :

### الجدول رقم (1):

الهندسة المستوية
1. المرجح في المستوى

| محتوى البرنامج | القدرات المنتظرة | توجيهات تربوية |
|---|---|---|
| - مرجح $n$ نقطة $(4 \geq n \geq 2)$؛ مركز الثقل؛<br>ـ الخاصية المميزة للمرجح؛ الصمود؛ التجميعية؛<br>- إحداثيا المرجح في معلم معلوم. | - استعمال المرجح في تبسيط تعبير متجهي؛<br>- استعمال المرجح لإثبات استقامية ثلاث نقط من المستوى؛<br>- استعمال المرجح في إثبات تقاطع المستقيمات؛<br>- إنشاء مرجح $n$ نقطة $(4 \geq n \geq 2)$؛<br>ـ استعمال المرجح في حل مسائل وتحديد محلات هندسية. | - قبل تعريف المرجح يستحسن التحسيس بالارتباط الموجود بين مفهوم المرجح في الرياضيات ومفاهيم أخرى من بعض مواد التخصص؛<br>- ينبغي إبراز الدور الذي يلعبه المرجح والجداء السلمي في حل بعض المسائل الهندسية وتحديد بعض المحلات الهندسية مثل $\{M \in P / MA^2 - MB^2 = k\}$ ، $\{M \in P / \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{AM} = k\}$ ، $\{M \in P / MA^2 - MB^2 = k\}$ ، $\left\{M \in P / \frac{MA}{MB} = k\right\}$ من خلال أمثلة. |

### الجدول رقم (2):

الهندسة المستوية
1. المرجح في المستوى

| محتوى البرنامج | القدرات المنتظرة | توجيهات تربوية |
|---|---|---|
| - مرجح $n$ نقطة $(4 \geq n \geq 2)$؛ مركز الثقل؛<br>ـ الخاصية المميزة للمرجح؛ الصمود؛ التجميعية؛<br>- إحداثيا المرجح في معلم معلوم. | - استعمال المرجح في تبسيط تعبير متجهي؛<br>- إنشاء مرجح $n$ نقطة $(4 \geq n \geq 2)$؛<br>- استعمال المرجح لإثبات استقامية ثلاث نقط من المستوى؛<br>- استعمال المرجح في إثبات تقاطع المستقيمات؛<br>ـ استعمال المرجح في حل مسائل هندسية وفيزيائية. | ـ قبل تعريف المرجح يستحسن التحسيس بالارتباط الموجود بين مفهوم المرجح في الرياضيات ومفاهيم أخرى من بعض مواد التخصص؛<br>- ينبغي إبراز الدور الذي يلعبه المرجح في حل بعض المسائل الهندسية. |

wadifa-info.com
نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5302 - Wadifa Info - page 1/5

**المطلوب:**

1) تحديد الجدول المناسب لكل شعبة. (1ن)

2) تحديد المكتسبات القبلية الخاصة بدرس المرجح. (3ن)

3) بالاعتماد على التمارين الواردة في الوثيقتين 1 و2 قم باختيار سلسلة من خمسة تمارين لكل شعبة. (2,5ن) + (2,5ن)

4) إنجاز التمرين التالي : (3ن)

نعتبر رباعي الأوجه $ABCD$ وعددين حقيقيين $x$ و $y$ .

ليكن $G$ مرجح النقط المتزنة : $(A,x+2y)$ و $(B,2x+3y-1)$ و $(C,-x-2y+2)$ و $(D,-2x-3y)$

1- حدد إحداثيات $G$ في المعلم $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$.

2- ما هي مجموعة النقط $G$ عندما يتغير $x$ و $y$ في $\mathbb{R}$ .

في أي درس من دروس السنة الأولى باكالوريا يمكن اعتماد هذا التمرين. أبرز الفائدة من ذلك الاعتماد؟ (2ن)

**تعليل الاختيارات :**

- ما هو الإطار النظري الموجه لتحديد المكتسبات القبلية للمتعلمين، والأدوات اللازمة لتنفيذه. (2ن)
- ما هي دواعي اختيارك لسلسلة التمارين التي اقترحتها. (2ن)
- ما هي البيداغوجية المناسبة الموجهة لتدبير فئات المتعلمين. (2ن)

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5302 - Wadifa Info - page 2/5

نعتبر في المستوى مثلث ABC و I منتصف القطعة [BC] والنقطتين E و F بحيث :

$\overrightarrow{AE} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF} = \frac{5}{2}\overrightarrow{BC}$

- أنشئ شكلا يحقق المعطيات.
- بين أن : $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AC}$
- بين أن : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF})$
- ليكن G مرجح النقط المثقلة (2 ; B) و (2 ; C) و (-2 ; F).
بين أن النقط I و F و G مستقيمية.
- بين أن : $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AF}$
ثم استنتج أن : $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AE} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AF}$

---

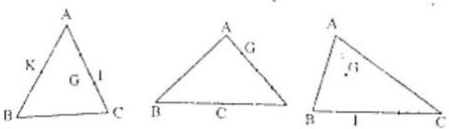
ليكن ABCD رباعياً من المستوى. نعتبر النقط G، H و K المعرفة كما يلي :
G مرجح النقط (-1 ; A) ؛ (-2 ; B) ؛ (3 ; C) ؛ (4 ; D).
H مرجح النقطتين (3 ; C) ؛ (-1 ; A).
K مرجح النقطتين (4 ; D) ؛ (-2 ; B).
- أنشئ النقطتين H و K.
- برهن أن G منتصف [HK] ثم أنشئها.

---

ليكن ABC مثلثا بحيث : $AB = 6$ و $BC = 4$.
- أنشئ G مرجح النقطتين المتزنتين (2 ; A) و (-1 ; B).
- حدد وأنشئ النقطة M من المستوى والتي تحقق ما يلي :
$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{BC}$
- حدد وأنشئ مجموعة النقط M من المستوى والتي تحقق ما يلي :
$\| 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \| = \| 2\overrightarrow{BC} \|$

---

أوجد ثلاثة أعداد حقيقية $\alpha$ و $\beta$ و $\gamma$ بحيث يكون G مرجح (A ; α) ؛ (B ; β) ؛ (C ; γ) في كل حالة من الحالات التالية :




---

ليكن ABC مثلثا.
- برهن أن لكل M من المستوى يكون :
$2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
- أ) أنشئ I مرجح النقطتين (-3 ; B) و (1 ; C).
ب) بين أن : $2\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
- لتكن J مرجح النقطتين (2 ; A) و (1 ; C).
بين أن $-3\overrightarrow{JB} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
- ليكن K مرجح (2 ; A) و (-3 ; B).
بين أن المستقيمات (AI) و (BJ) و (CK) متوازية.
ب) استنتج إنشاء للنقطتين J و K.

---

ليكن ABC مثلثا في المستوى. والنقط I و J و K المعرفة بما يلي :
I هي مماثلة منتصف القطعة [AB] بالنسبة للنقطة B و J نقطة
حيث : $2\overrightarrow{JA} - 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$ والنقطة K بحيث : $\overrightarrow{BK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
- أنجز شكلا مناسبا لذلك. ماذا نقول عن المستقيمات (CI)، (BJ) و (AK) ؟
- عبر عن النقط I و J و K كمرجح النقط A و B و C.
- بين أن المستقيمات (CI) ؛ (BJ) و (AK) تتلاقى في نقطة واحدة.
(حيلة : هذا التمرين يدور حول مبرهنة «سيفا»).

---

ليكن ABC مثلثاً قائم الزاوية ومتساوي الساقين في A و I منتصف القطعة [BC].
- أنشئ النقطة G مرجح النقط :
(A ; 1) ؛ (B ; -1) ؛ (C ; -1).
- ما هي طبيعة الرباعي ABGC ؟
- أ) أنشئ النقطة H مرجح المنظمة (2 ; I) و (-3 ; G).
ب) بين أن النقطة G هي منتصف [AH].
ج) بين أن النقطة G هي مركز ثقل المثلث HBC.
- حدد مجموعة النقط M التي تحقق $\| 2\overrightarrow{MI} - 3\overrightarrow{MG} \| = 2$

---

ليكن ABC مثلثا و P نقطة بحيث $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ و I نقطة تقاطع (AP) و (BC) و G مرجح (P ; 1) و (-3 ; B) و (1 ; A).
- أنشئ النقطة P واحسب $\overrightarrow{IG}$ بدلالة $\overrightarrow{IB}$.
- أ) أنشئ النقطة G ثم أثبت أن B مركز ثقل المثلث GAP.
ب) ليكن (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق :
$\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MP} - 3\overrightarrow{MB} \| = \| 2\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MC} \|$
أثبت أن O منتصف القطعة[BG] تنتمي إلى (Δ).

---

ليكن ABC مثلثا، نعتبر النقط I، J و K بحيث :
$\overrightarrow{JC} + 2\overrightarrow{IA} = \vec{0}$ ؛ $2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ ؛ $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} = \vec{0}$.
- أنشئ النقط I، J، K.
- ليكن G مرجح (2 ; A) ؛ (2 ; B) ؛ (1 ; C).
بين أن المستقيمات (AI) ؛ (BJ) و (CK) تتلاقى في النقطة G.

---

ليكن ABC مثلثاً في المستوى ولتكن J نقطة بحيث : $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{BC}$
و G مرجح (A ; 1) و (B ; -1) و (C ; 2).
- بين أن J مرجح النقطتين (B ; -1) و (C ; 2) ثم أنشئ النقطة J.
- أنشئ النقطة K مرجح النقطتين المتزنتين (A ; 1) و (C ; 2).
- بين أن (AJ) و (BK) يتقاطعان في النقطة G.
- احسب $\overrightarrow{CG}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$.
- بين أن K مركز ثقل المثلث ABJ.

الموضوع 1

نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
wadifa-info.com
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5302 - Wadifa Info - page 3/5

لتكن A ، B ، C ثلاث نقط غير مستقيمية والنقط I ، J ، K المعرفة بما يلي :

$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{7}\overrightarrow{AB}$ ؛ $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ؛ $\overrightarrow{CJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CA}$

- عبر عن I ، J و K كمرجح للنقط A ، B أو C.
- بين أن المستقيمات (AI) ، (BJ) و (CK) تلاقى في نقطة واحدة.

---

ليكن ABC مثلثا. والنقطتان E و F بحيث B منتصف [AE] و F منتصف [AC].

- ارسم الشكل وبيّن أن $\overrightarrow{EC} = 2\overrightarrow{BF}$.
- لتكن I منتصف [EC].

ما هي طبيعة الرباعي AFIB.

عبر عن $\overrightarrow{AI}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.

- لتكن J مرجح النقط (C ; 1) ؛ (B ; 2) ؛ (A ; 5) عبر عن $\overrightarrow{AJ}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$.
- بين أن النقط A و I و J مستقيمية.
- لتكن G مركز ثقل المثلث AEC بين أن : $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

---

ليكن ABCD متوازي الأضلاع. نعتبر G مرجح النقط (A ; 1) ؛ (B ; 1) ؛ (C ; 2) ؛ (D ; 1).

- بين أن G تنتمي إلى المستقيم (AC).
- أنشئ النقطة G.

---

ليكن ABCD مربعا .

1- حدد ثلاثة أعداد حقيقية a ، b و c بحيث تكون النقطة A مرجح النقط (D, a) ؛ (C, c) ؛ (B, b)

2- حدد مجموعة النقط M التي تحقق

$\|\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}^2\| = 0$

---

ليكن ABC مثلثا من المستوى بحيث :

$AB = 6$ ؛ $BC = 5$ ؛ $AC = 4$ و G مركز ثقل المثلث.

- حدد وأنشئ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق :

$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 4$

بين أنه لكل M من المستوى (P) :

$2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{IA}$

حيث I منتصف القطعة [BC].

حدد (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق :

$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

---

ليكن ABCD متوازي الأضلاع الذي مركزه O. I و J منتصفا القطعتين [AB] و [CD]. H و K هما على التوالي نقطتا تقاطع (IC) و (AJ) مع (DB).

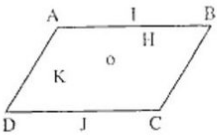
بسط الكتابات المتجهية التالية :

أ) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

ب) $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ} - 2\overrightarrow{MB}$.

ج) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.

د) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$.




---

لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية و $k$ عددا حقيقيا من المجال [−1 ; 1] نعتبر $G_k$ مرجح النقط (A ; $k^2+1$) ؛ (B ; $k$) ؛ (C ; $-k$).

- تحقق من وجود $G_k$ لكل $k$ من [−1 ; 1].
- أنشئ النقط A ، B و C و I منتصف [BC] ثم أنشئ $G_1$ و $G_{-1}$.
- بين أن لكل $k$ من [−1 ; 1] : $\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$
- حدد على المجال [−1 ; 1] تغيرات الدالة $f$ المعرفة بما يلي :

$f(x) = \frac{-x}{x^2+1}$

- استنتج مجموعة النقط $G_k$ عندما تتغير $k$ على المجال [−1 ; 1].

---

تعتبر المستوى (P) منسوباً لمعلم متعامد ممنظم $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

والنقط A(1 ; 0) ؛ B(0 ; 3) ؛ C(3 ; 7) ؛ D(7 ; 5).

لتكن I و J منتصفي القطعتين [AB] و [CD] على التوالي.

ولتكن M مرجح النقطتين (D ; 4) ؛ (B ; 1) والنقطة N مرجح النقطتين (C ; 4) ؛ (A ; 1) والنقطة K منتصف القطعة [MN].

- حدد إحداثيتي كل من I و J و M و N و K.
- بين أن النقط I و J و K مستقيمية.
- تحقق من أن النقطة K مرجح النقط (A ; 1) ؛ (B ; 1) ؛ (C ; 4) ؛ (D ; 4).

برهن من جديد أن النقط I و J و K مستقيمية.

---

ABCD رباعي.

لتكن G مرجح النقط (A ; 4) ؛ (B ; −6) ؛ (C ; 3) ؛ (D ; 6).

- أنشئ النقطتين I و J بحيث :

$2\overrightarrow{AI} - 3\overrightarrow{BI} = \vec{0}$ و $\overrightarrow{CJ} + 2\overrightarrow{DJ} = \vec{0}$.

- بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (IJ).

أنشئ النقطة G.

- حدد مجموعة النقط M التي تحقق ما يلي :

$\|4\overrightarrow{MA} - 6\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + 6\overrightarrow{MD}\|^2 = 49$

---

ليكن ABC مثلثا.

1- بين أن مجموعة النقط M التي تحقق

$\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = 2\overrightarrow{MB}^2$ هي مستقيم عمودي على المستقيم (AD) حامل متوسط المثلث ABC .

2- نفترض أن المثلث ABC قائم الزاوية في A بحيث BC = 5 . حدد مجموعة النقط M بحيث

$\overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 - 2\overrightarrow{MA}^2 = 25$


نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

wadifa-info.com

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/5302 - Wadifa Info - page 4/5

# Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — النموذج التالي للتحضير

## نموذج مباراة التعليم - مسلك تأهيل أساتذة التعليم الثانوي الإعدادي والتأهيلي، تخصص اللغة العربية -

Modèle : Concours de l'enseignement – qualification des professeurs du secondaire – spécialité langue arabe –

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1319

Chaîne WhatsApp — قناة واتساب

## المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

www.wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — قناة يوتيوب

## امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — أرسل النموذج لصديق

## شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me