



Concours d'admission à L'EMI

C.U.E.S – D.E.U.G.

Epreuve de Physique

14 Juillet 2023

Durée 3 heures

L'épreuve comporte deux parties indépendantes à rédiger sur des feuilles séparées
Nombre de pages (celle-ci non comprise) : 4

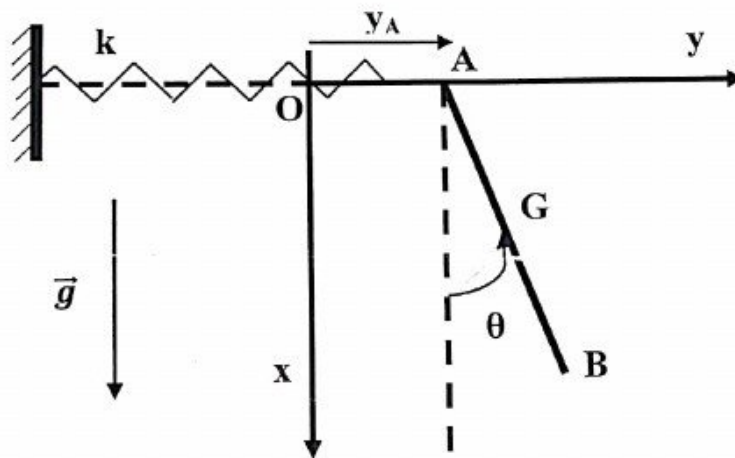
I- Mécanique

Dans un référentiel R galiléen de base cartésienne $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, nous étudions une barre homogène AB de masse m et de longueur $2l$. Son extrémité A est contrainte à se déplacer, sans frottement, le long de l'axe (Oy) . On note G le centre d'inertie de la barre repéré par les coordonnées (x, y) . L'orientation de la barre dans le plan (xOy) est repérée par l'angle θ . En plus de son poids, la barre est soumise à l'action d'une force de rappel appliquée au point A et schématisée par un ressort de raideur k et de longueur l_0 à vide. Au passage de l'extrémité A de la barre par l'origine O ($y_A=0$), la longueur du ressort est égale à sa longueur à vide l_0 .

On s'intéresse aux mouvements d'oscillations de la barre AB dans le plan xOy (voir schéma ci-dessous). On donne le moment d'inertie J de la barre AB par rapport à un axe Δ perpendiculaire à la

barre et passant par son centre d'inertie G : $J = \frac{ml^2}{3}$.

L'ensemble est plongé dans le champ de pesanteur d'accélération uniforme, caractérisé par le vecteur $(\vec{g})$.



Partie1 : Mise en équation

- 1) Exprimer x en fonction de l et θ
- 2) Exprimer y en fonction de la coordonnée y_A , l et θ

Sachant que y_A représente la position de l'extrémité de la barre, $y_A = \overrightarrow{OA} \cdot \vec{u}_y$

On se propose de déterminer les équations du mouvement de la barre

- 3) Faire le bilan des efforts exercés sur la barre en mouvement et représenter leurs résultantes sur un schéma.
- 4) Ecrire le théorème de la résultante cinétique appliqué à la barre AB .
- 5) En déduire l'expression de la réaction $\vec{R}$ de l'axe (Oy) en fonction de m , g , l , θ , $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ ainsi qu'une équation du mouvement reliant y , $\dot{y}$ et θ . On posera : $\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- 6) Ecrire le théorème du moment cinétique en G .

- 7) En déduire, à l'aide d'une projection convenable, une deuxième équation du mouvement de la barre reliant θ , $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ et y . On posera : $\omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{l}}$

Partie 2 : Etude des petites oscillations de la barre

On s'intéresse aux petits mouvements de la barre AB. Dans ce cas, y et θ ainsi que toutes leurs dérivées temporelles sont supposées être des infiniment petits de premier ordre.

- 1) En linéarisant les équations du mouvement obtenues précédemment, montrer que le mouvement général de la barre est décrit par :

$$\begin{cases} \ddot{y} + \omega_1^2 y = \omega_1^2 z \\ \ddot{z} + (3\omega_1^2 + \omega_2^2)z = 3\omega_1^2 y \end{cases}$$

Où $z = l\theta$

- 2) On cherche les modes propres d'oscillation de la barre sous la forme d'une notation complexe :

$$\begin{cases} \underline{y} = \underline{A} \exp i\Omega t \\ \underline{z} = \underline{B} \exp i\Omega t \end{cases}$$

Où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $+\pi/2$, A et B sont deux constantes complexes.

- 2.1) Montrer que $\underline{A}$ et $\underline{B}$ sont des solutions du système linéaire homogène suivant :

$$\begin{cases} (\omega_1^2 - \Omega^2)\underline{A} - \omega_1^2 \underline{B} = 0 \\ -3\omega_1^2 \underline{A} + (3\omega_1^2 + \omega_2^2 - \Omega^2)\underline{B} = 0 \end{cases}$$

- 2.2) A quelle condition ce système admet-il des solutions non identiquement nulles ?

- 2.3) En déduire que Ω est solution de l'équation :

$$\Omega^4 - (4\omega_1^2 + \omega_2^2)\Omega^2 + \omega_1^2\omega_2^2 = 0$$

II- Electricité

Partie 1

Les vecteurs $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$: les vecteurs unitaires selon les Ox, Oy, Oz du repère $R(O, x, y, z)$.

les vecteurs $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$: les vecteurs unitaires de la base associée aux coordonnées sphériques (r, θ, φ) d'un point M de l'espace.

Un dipôle électrostatique est constitué de deux charges ponctuelles $-q$ et $+q$ placées sur l'axe Oz . La charge $+q$ est située en P ($z = +b/2$) et l'autre charge $-q$ est placée en N ($z = -b/2$), avec $b > 0$.

1) Donner :

- L'expression du moment dipolaire électrique $\vec{P}_0$ de la distribution décrite ci-dessus en fonction des données. Et donner son unité ?
 - L'expression du potentiel électrostatique $V_+(M)$ créé au point M de l'espace par la charge ponctuelle $+q$.
 - L'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ créé par les deux charges au point M , en fixant, par convention, le potentiel à l'infini égal à 0.
- 2) Justifier que le champ électrostatique créé par les deux charges au point M s'écrit sous la forme : $\vec{E}(M) = E_r(r, \theta)\vec{e}_r + E_\theta(r, \theta)\vec{e}_\theta$ et Justifier que $V(M) = V(r, \theta)$.
- 3) Maintenant que les deux charges sont très proches l'une de l'autre, on se concentre sur l'expression du potentiel électrostatique en un point M tel que $r \gg b$. donner donc l'expression approchée du potentiel $V(M)$. On se limitera à l'ordre 1 en b/r .
- 4) Donner l'équation des équipotentielle loin du dipôle en coordonnées sphériques.
- 5) Déterminer les composantes radiales et orthoradiale du champ électrostatique créé par le dipôle loin de celui-ci.
- 6) Donner l'équation des lignes de champ loin du dipôle en coordonnées sphériques. Et Dessiner l'allure des équipotentielle et des lignes de champ dans le plan $\varphi = \text{constante}$ en précisant l'orientation de ces dernières.

Partie 2

Dans cette partie, on modélise un dipôle électrique oscillant par une charge $+q$ au point P de l'axe Oz et par une charge $-q$ fixe à l'origine O du référentiel $R(O, x, y, z)$. Le long de l'axe Oz , La charge $+q$ est animée d'un mouvement sinusoïdal de pulsation ω et d'équation ci-dessous :

$$z(t) = b \cos(\omega t) = R_e(b e^{-j\omega t}) \quad \text{avec } b > 0 \text{ et } j^2 = -1$$

En régime variable, le moment dipolaire du dipôle électrique oscillant est définie par :

$$\vec{p}(t) = p(t)\vec{e}_z, \quad \text{avec } p(t) \doteq p_0 \cos(\omega t) \text{ et } p_0 = qb$$

En notation complexe et dans les conditions où $r \gg b$ et $\lambda \gg b$; Le calcul du champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ créé par le dipôle $\vec{p}(t)$ en un point M de coordonnées sphériques (r, θ, φ) donne :

$$\vec{E}(M, t) = \frac{p_0}{4\pi\epsilon_0 r^3} [2(1 - jkr) \cos(\theta) \vec{e}_r + (1 - jkr - (kr)^2) \sin(\theta) \vec{e}_\theta] e^{-j(\omega t - kr)}$$

Et

$$\vec{B}(M, t) = -j \frac{\mu_0 \omega p_0}{4\pi r^2} (1 - jkr) \sin(\theta) e^{-j(\omega t - kr)} \vec{e}_\phi$$

Avec

λ : la longueur d'onde associée à l'onde électromagnétique émise par le dipôle

k : le module d'onde associé à l'onde électromagnétique émise.

On pose $= \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$, avec c : la vitesse de l'onde dans le vide.

- 1) Interpréter qualitativement les deux approximations : $r \gg b$ et $\lambda \gg b$.
- 2) Justifier le terme kr dans la phase instantanée du champ électromagnétique.
- 3) Montrer que l'expression du champ électromagnétique est en accord avec la symétrie du problème.
- 4) Que devient le champ électromagnétique en régime stationnaire ? Que devient le champ électromagnétique en régime quasi stationnaire ? Interpréter.
- 5) Dans cette question, on s'intéresse au champ électromagnétique au voisinage d'un point éloigné du point O où se trouve le dipôle. Le champ électromagnétique, dans la zone de rayonnement, a pour expressions :

$$-\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} \sin(\theta) e^{-j(\omega t - kr)} \vec{e}_\theta \quad \text{et} \quad -\frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r c} \sin(\theta) e^{-j(\omega t - kr)} \vec{e}_\phi$$

- a) Préciser en Justifiant votre réponse, parmi les deux expressions ci-dessus, celle du champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ et celle du champ électrique $\vec{E}(M, t)$.
- b) Etablir l'expression de l'amplitude $E_m(r, \theta)$ du champ électrique en un point M en fonction de r et θ .
- c) Que vaut le rapport $\frac{E}{B}$? Commenter.