

Concours d'accès en première année
du cycle ingénieur



Ingénierie en Conception mécanique-Mécatronique
Système électronique et télécommunication
Epreuve d'Algèbre
Durée : 1 h



Exercice

- 1 (2 points) Soit P un polynôme à coefficients dans $\mathbb{R}$.
Montrer que si α est une racine d'ordre 4 de P , alors $P'(\alpha) = 0$,
 $P''(\alpha) = 0$ et $P^{(3)}(\alpha) \neq 0$ ou P' , P'' et $P^{(3)}$ désignent les dérivées
première, seconde et troisième respectivement de P .
- 2 (10 points) Soit A la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Soit $P_n(X) = X^n$ avec $n \in \mathbb{N}$ et $n \geq 4$. Donner le reste de la division euclidienne du polynôme $P_n(X)$ par le polynôme caractéristique $P_A(X) = (X - 1)^4$ de la matrice A .

- 3 (8 points) En déduire A^n , pour $n \geq 4$.