

FSTM

Département de MathématiquesConcours d'entrée en première année
de la filière d'ingénieurs IMIAEEpreuve d'AnalyseExercice 1:

Résoudre l'équation différentielle suivante:

$$\begin{cases} y''(t) + 4y(t) = \cos(2t) - 2\sin(2t), & t \in]0, \pi/4[\\ y(0) = 1, & y(\pi/4) = 0. \end{cases}$$

Exercice 2:

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_2^3 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$

b) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1}$

Exercice 3 Pour tout $n \geq 0$, soit $I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$.1/ Calculer I_0 et I_1 .2/ Montrer que pour $n = 2k$, $I_{2k} = \frac{1 \times 3 \times \dots \times (2k-1)}{2 \times 4 \times \dots \times (2k)} \frac{\pi}{2}$.3/ Montrer que pour $n = 2k+1$, $I_{2k+1} = \frac{2 \times 4 \times \dots \times (2k)}{3 \times 5 \times \dots \times (2k+1)}$.4/ Montrer que I_n est une fonction décroissante de n .5/ Montrer que quand $k \rightarrow +\infty$

$$\frac{2}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{2k}{2k-1} \times \frac{2k}{2k+1} \rightarrow \frac{\pi}{2}.$$