

Concours d'admission en filière Ingénieur

Génie Energétique

(Durée 30 mn)

Soit $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ un repère fixe orthonormé direct galiléen lié à la Terre où $\vec{OZ}_0$ désigne la verticale ascendante. Un solide (S), de masse m , est mobile de façon à ce qu'un de ses points soit maintenu en O par une liaison sphérique parfaite. Le solide (S) est de révolution autour d'un axe passant par O, soit $\vec{OZ}$. On pose $\vec{OG} = a\vec{Z}$ où a est une constante positive et on note A, A et C les moments principaux d'inertie en O de (S). Le solide (S) est soumis à un couple de moment $\vec{C}$ porté par l'axe $\vec{OZ}_0$ tel que le vecteur rotation de (S) par rapport au repère R_0 , $\vec{\Omega}(S/R_0)$, soit constamment orthogonal à $\vec{OZ}_0$. On définit trois autres repères orthonormés directs, $R_1(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{Z}_0)$ obtenu à partir de R_0 par une rotation d'angle ψ autour de l'axe $\vec{OZ}_0$, $R_2(O, \vec{u}_1, \vec{v}_1, \vec{Z})$ obtenu à partir du repère R_1 par une rotation d'angle θ autour de l'axe $\vec{Ov}$ et $R_3(O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ lié au solide (S) et obtenu à partir du repère R_2 par une rotation d'angle ϕ autour de l'axe $\vec{OZ}$.

Tous les résultats seront exprimés dans la base $(\vec{u}_1, \vec{v}_1, \vec{Z})$ associée au repère R_2 .

- 1) Donner une intégrale première du mouvement en écrivant que $\vec{\Omega}(S/R_0) \cdot \vec{Z}_0 = 0$.
- 2) Calculer la puissance des efforts extérieurs appliqués à (S).
- 3) Donner l'expression de l'énergie potentielle, $V(S)$, du solide (S)
- 4) Déterminer l'énergie cinétique, $T(S/R_0)$, du solide (S) par rapport au repère R_0 .
- 5) Trouver une seconde intégrale première en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.
- 6) Calculer le couple $\vec{C}$.

