

Exercices :

Exercice I : (3pt)

On considère l'échantillon statistique (1, 0, 2, 1, 1, 0, 1, 0, 0) .

1. Calculer sa moyenne et sa variance empiriques.
2. En supposant que les données de cet échantillon sont des réalisations d'une variable de loi inconnue, donner une estimation non biaisée de l'espérance et de la variance de cette loi.
3. On choisit de modéliser les valeurs de cet échantillon par une loi binomiale $B(2, p)$. Utiliser la moyenne empirique pour proposer une estimation ponctuelle pour p .
4. Avec le même modèle, utiliser la variance empirique pour proposer une autre estimation de p .
5. On choisit de modéliser les valeurs de cet échantillon par une loi de Poisson $P(\lambda)$, qui a pour espérance λ . Quelle estimation ponctuelle proposez-vous pour λ ?

Exercice II : (6pt)

Dans un lot de pièces fabriquées, il y a 30% de pièces défectueuses. On contrôle les pièces, mais le mécanisme de contrôle est aléatoire. Si la pièce est bonne, elle est acceptée avec une probabilité égale à 9/10 ; si la pièce est défectueuse, elle est refusée avec une probabilité de 8/10. On soumet toutes les pièces au test.

- 1- Quelle est probabilité qu'une pièce ne soit pas défectueuse ?
- 2- Quelle la probabilité qu'une bonne pièce soit refusée ?
- 3- Quelle est la probabilité qu'une pièce défectueuse soit retenue ?
- 4- Quelle est la proportion des pièces qui sont considérées comme défectueuses par le test ?
- 5- Quelle est la probabilité qu'une pièce défectueuse réagisse positivement au test (considérée comme défectueuse par le test) ?
- 6- Quelle est la probabilité qu'une bonne pièce soit retenue comme défectueuse par le test ?

Exercice III : (2 pts)

Calculer la **valeur actuelle** de la série d'annuités suivante: 2 premières annuités de 35 000 MAD chacune au taux annuel de 3.5% suivies d'une annuité de 15 000 MAD au taux annuel de 6%.

NB : La date de calcul/actualisation coïncide avec la première annuité (terme à échoir).

Exercice IV : (5 pts)

Dans un secteur d'activité, nous nous intéressons à la relation liant les bénéfices au budget consacré à la publicité :

Publicité	7	8	30	41	16	9	20	21	53	10	32	17	58	6	15
Bénéfices	28	24	46	52	30	24	32	36	60	28	42	34	60	20	36

- 1- Pour établir une régression linéaire, quelle est la variable endogène ? (0.5 pts)
- 2- Calculer les coefficients a et b d'une relation linéaire $y_i = ax_i + b + \varepsilon$ reliant les deux variables. Considérer le tableau ci-après pour les calculs. (1pts)

i	X_i	Y_i	X_i^2	Y_i^2	$X_i Y_i$
1	7	28	49	784	196
2	8	24	64	576	192
3	30	46	900	2116	1380
4	41	52	1681	2704	2132
5	16	30	256	900	480
6	9	24	81	576	216
7	20	32	400	1024	640
8	21	36	441	1296	756
9	53	60	2809	3600	3180
10	10	28	100	784	280
11	32	42	1024	1764	1344
12	17	34	289	1156	578
13	58	60	3364	3600	3480
14	6	20	36	400	120
15	15	36	225	1296	540
Total	343	552	11719	22576	15514

- 3- Démontrer que l'estimation du coefficient de corrélation r est **R = 0.976. (0.5 pts)**
Nous donnons $\sigma_x = 16.07$, $\sigma_y = 12.28$ les écarts-type du budget consacré à la publicité et celui des bénéfices, respectivement.
- 4- Donner une lecture au coefficient de corrélation (R) trouvé. (0.5 pts)

Exercice V : (4pt)

Ayant effectué 90 mesures pour une variable Y et observé une moyenne empirique de 4.38 et un écart-type empirique de 0.08. Donner un intervalle de confiance pour Y, au niveaux de confiance 0.95 et 0.99.

Donnons :

Le quantile d'ordre 0.975 de la loi N (0, 1) : 1.96.

Le quantile d'ordre 0.995 de la loi N (0, 1) : 2.5758.