

Partie 1 – Mathématiques :

Exercice 1: Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x, y) = x^2 - 2x + xy + y^2$

- 1) Calculer les dérivées partielles premières et secondes de f .
- 2) Déterminer les points critiques éventuels de f .
- 3) Etudier la nature des extrema éventuels de f .

Exercice 2: On considère les deux matrices carrées suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad P = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- 1) Montrer que P est inversible et calculer P^{-1} .
- 2) Calculer $D = P^{-1}AP$.
- 3) Pour $n \in \mathbb{N}^*$, calculer D^n puis en déduire A^n .
- 4) Calculer $A^3 - 2A$.
- 5) En déduire que A est inversible ainsi que le calcul de A^{-1} .
- 6) En déduire alors la résolution du système linéaire d'inconnues x et y :

$$\begin{cases} 3x + 5y = a \\ x - y = b \end{cases}$$

a, b étant deux paramètres réels.

Partie 2 – Statistique :

Exercice 1: Le concours d'accès à un établissement de formation porte sur une épreuve de statistique. Les candidats qui se sont présentés à ce concours se répartissent, en fonction des notes obtenues à cette épreuve, de la manière suivante :

Classes de notes	[1,5[	[5, 9[	[9,11[	[11,13[	[13,17[
Effectifs	28	49	62	45	16

- 1) Calculer la note moyenne des candidats.
- 2) Calculer l'écart-type associé.
- 3) Calculer la médiane μ . Interpréter.

Exercice 2: Le Soit X une variable aléatoire continue dont la densité de probabilité est donnée

$$\text{par : } f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

k étant une constante réelle.

- 1) Calculer la constante k .
- 2) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X .
- 3) Déterminer la fonction de répartition.

Partie 3 – Microéconomie :

Questions :

- 1) Expliquez ce qu'on entend par le principe du « raisonnement à la marge » et quel est son intérêt dans la théorie du consommateur ?
- 2) Expliquez l'intérêt de la courbe d'Engel dans l'analyse économique.

Exercice :

Soit la fonction d'utilité : $U(X, Y) = 3X^{2/3} \cdot Y^{1/3}$

- 1- Déterminez les fonctions de demande de X et de Y
- 2- Calculez et interprétez l'élasticité prix du bien X et l'élasticité croisée du bien Y.
- 3- $P_x = 2$, $P_y = 1$ et $R = 30$, déterminez les quantités optimales, sachant que P_x est le prix du bien X, P_y est le prix du bien Y et R le revenu.

Partie 4 – Macroéconomie :

Exercice d'application :

On a extrait les informations suivantes des comptes nationaux d'un pays nommé "Delta" pour l'année 1997 (les évaluations sont faites aux prix courants en Milliards d'unités monétaires) :

Formation brute de capital fixe (FBCF) = 1 400	Importations (M) = 1 850
Variation de stocks (ΔS) = -50	Subventions (SUBV) = 50
Consommation finale (CF) = 6 500	Exportations (X) = 2 000
Valeur ajoutée brute (VAB) = 7 450	

- 1) Calculez les indicateurs suivants : (i) le montant des impôts (IP97) ; (ii) le Produit Intérieur Brut (PIB97) ; (iii) la demande intérieure (DI97) et (iv) le Solde Extérieur (SE97).
- 2) Quel diagnostic peut-on porter sur le commerce extérieur de "Delta" ?