



Concours Cycle Ingénieur : Filière Logiciel et Système Informatique

Epreuve de Mathématiques
Mercredi 29 Juillet 2009
1 H

Parmi les réponses proposées, une seule est juste. Pour chaque question répondre sur la fiche réponse par une croix dans la case correspondante.

(Barème : une réponse juste : +1, une réponse fausse : -1, pas de réponse : 0)

1. La fonction

$$f(x) = \begin{cases} (1 - x^2)^2 & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

est de classe

A : $\mathcal{C}^1$ mais pas de classe $\mathcal{C}^2$	B : $\mathcal{C}^2$ mais pas de classe $\mathcal{C}^3$	C : $\mathcal{C}^3$
--	--	---------------------

2. On considère l'intégrale double $I = \int \int_D \frac{dx dy}{\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}}}$ avec $D = \{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$

Alors I est égal à

A : ab	B : πab	C : $2\pi ab$
----------	--------------	---------------

3. Soit $f_n(x) = n \cos^n(x) \sin(x)$. Soit $I = \int_0^{\pi/2} \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$ et $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\pi/2} f_n(x) dx$. Alors on a :

A : $I \neq J$	B : $I = J$
----------------	-------------

4. L'intégrale $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{chx + 2shx}$ est

A : convergente

B : divergente

5. Soit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable jusqu'à l'ordre 4. On suppose qu'il existe $x_1 < x_2 < x_3 \in [a, b]$ tels que $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 0$. Alors il existe $c \in [a, b]$ tel que

A : $f''(c) = 0$

B : $f'''(c) = 0$

C : $f^{(4)}(c) = 0$

6. La série numérique $\sum \frac{1}{n}$ est

A : convergente

B : divergente

7. Soit A une matrice carrée telle que la somme des coefficients de chaque ligne est constante ($= S$). Alors que

A : S est une valeur propre de A	B : S n'est pas une valeur propre de A
--------------------------------------	--

8. On note $\mathcal{M}_{n,m}(\mathbb{R})$ l'espace vectoriel des matrices à n lignes et m colonnes. Soient $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$, $B \in \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R})$, $C \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ telles que

$$ABC = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & x & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Alors x est égal à :

A : 10	B : 12	C : 13
--------	--------	--------

9. Soit (u_n) une suite réelle positive et $v_n = \sum \frac{1}{1 + n^2 u_n}$. Laquelle des assertions suivantes est vraie :

A : Si $\sum u_n$ converge alors $\sum v_n$ converge
B : Si $\sum u_n$ diverge alors $\sum v_n$ diverge
C : Si $\sum u_n$ converge alors $\sum v_n$ diverge

10. La série $\sum_n x(1-x)^n$ est

A : convergente sur $\mathbb{R}$

B : uniformément convergente sur $[0, 2[$

C : convergente mais non uniformément convergente sur $[0, 2[$

11. $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ est un corps si

A : n est impair

B : n est un multiple d'un nombre premier

C : n est premier

12. Une matrice est inversible si

A : elle admet au moins une valeur propre non nulle

B : toutes ses valeurs propres sont non nulles

C : au moins une des valeurs propres est nulle

13. Soit $f_n(x)$ une suite de fonctions continues sur un intervalle $[a, b]$. Alors on a

$$\sum_n \int_a^b f_n(x) dx = \int_a^b \sum_n f_n(x) dx$$

si $\sum_n f_n(x)$ est

A : convergente	B : uniformément convergente	C : divergente
-----------------	------------------------------	----------------

14. Soient P et Q deux polynômes. Si P admet au moins une racine et si toutes les racines de P sont des racines de Q alors

A : P divise Q	B : Q divise P	C : P n'est pas premier avec Q
--------------------	--------------------	------------------------------------

15. Si une matrice carrée d'ordre n admet n valeurs propres distinctes alors cette matrice est

A : inversible	B : symétrique	C : diagonalisable
----------------	----------------	--------------------