

Royaume du Maroc
Ministère de l'Education
Nationale et de la formation
professionnelle

Centre Régional des métiers
de l'éducation et de formation
Marrakech

Concours d'entrée au cycle de préparation à l'agrégation
Option Physique
Epreuve de Physique II
Durée : 4 heures

Cette épreuve comporte 7 pages au format A4, en plus de cette page de
garde L'usage des calculatrices non programmables est autorisé

Si, au cours de votre composition, vous apercevez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous le signalez sur votre copie et vous continuez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amenés à prendre.

1^{ère} partie

A propos des ondes électromagnétiques planes

Soit un référentiel $\mathcal{R}$ dans lequel les charges et les courants considérés ont respectivement la densités volumiques $\rho(M, t)$ et $\vec{j}(M, t)$. Ils sont situés dans le vide ou, éventuellement, dans des milieux tels que les conducteurs non ferromagnétiques que l'on pourra traiter comme du vide.

1.1. Structure d'onde plane

1.1.1. Écrire, dans le référentiel $\mathcal{R}$, en supposant qu'elles y sont valables, les équations de MAXWELL relatives au champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$.

1.1.2. En Déduire les équations de propagation des champs $(\vec{E}, \vec{B})$ en présence des sources.

1.1.3. Que deviennent ces équations de propagation en absence des sources $\rho(M, t)$ et $\vec{j}(M, t)$?

1.1.4. Les équations obtenues sont dites équations de D'ALEMBERT, écrire ces équations dans le cas à une dimension x par exemple.

1.1.5. Écrire sans démonstration la forme générale de la solution de l'équation de D'ALEMBERT à une dimension, on désignera par c la célérité de l'onde dans le milieu. Que signifie physiquement cette solution?

1.1.6. Quelle est la structure d'une onde plane progressive monochromatique ? Définir les termes vecteur d'onde et onde plane.

1.2. Etats de polarisation d'une onde électromagnétique

1.2.1. Rappeler les différents états de polarisation possibles d'une onde électromagnétique. On étudie une onde se propageant suivant la direction $\vec{e}_z$, de champ électrique :

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\alpha) \cos(\omega t - k z) \\ E_y = E_0 \sin(\alpha) \cos(\omega t - k z) \\ E_z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

1.2.2. Quelle est l'état de polarisation de l'onde (1)?

1.2.3. On montre que l'onde (1) est la superposition de deux ondes planes $\vec{E}_{c+}$ et $\vec{E}_{c-}$ monochromatiques polarisées circulairement de sens opposés, donner les expressions de $\vec{E}_{c+}$ et $\vec{E}_{c-}$.

On étudie maintenant une onde se propageant suivant la direction $\vec{e}_z$, de champ électrique :

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t - k z) \\ E_y = E_0 \sin(\omega t - k z) \\ E_z = 0 \end{cases} \quad (2)$$

1.2.4. Quelle est l'état de polarisation de l'onde (2)?

1.2.5. On montre que l'onde (2) est la superposition de deux ondes planes $\vec{E}_{rx}$ et $\vec{E}_{ry}$ monochromatiques polarisées rectilignement suivant Ox et Oy , donner les expressions de $\vec{E}_{rx}$ et $\vec{E}_{ry}$.

1.2.6. Rappeler l'expression de la loi de MALUS donnant l'intensité I à la sortie d'un polariseur en fonction de l'intensité I_0 de l'onde incidente polarisée rectilignement selon $\vec{u}$, et de β l'angle entre $\vec{u}$ et la direction de transmission $\vec{u}_p$ du polariseur.

Dans toute la suite on considère une onde plane progressive monochromatique (OPPM) se propageant suivant $\vec{u}_z$

1.2.7. L'action d'une lame demi-onde de lignes neutres $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ est d'ajouter $-\pi$ à la phase de la composante E_y par rapport à celle de la composante E_x du champ électrique incident.

L'onde incidente est une OPPM de champ électrique : $\vec{E} = E_0 \vec{u} \exp j(\omega t - kz)$, le vecteur unitaire $\vec{u}$ fait l'angle α avec la ligne neutre $\vec{e}_x$. A la traversée de la lame on suppose que la seule action subie est le déphasage décrit ci-dessus.

1.2.7.1. Quel est l'état de polarisation de l'onde incidente

1.2.7.2. Donner les composantes E_x et E_y du champ juste avant la lame.

1.2.7.3. Donner de même les composantes E'_x et E'_y du champ juste après la lame. En déduire l'état de polarisation de l'onde.

1.2.7.4. Comment serait polarisée une OPPM incidente polarisée circulairement gauche? Même question pour une OPPM polarisée circulairement droite.

1.2.8. L'action d'une lame quart d'onde de lignes neutres $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ est d'ajouter $-\pi/2$ à la phase de la composante E_y par rapport à celle de la composante E_x du champ électrique incident.

L'onde incidente est une OPPM de champ électrique : $\vec{E} = E_0 \vec{u} \exp j(\omega t - kz)$, le vecteur unitaire $\vec{u}$ fait l'angle α avec la ligne neutre $\vec{e}_x$. A la traversée de la lame on suppose que la seule action subie est le déphasage décrit ci-dessus.

1.2.8.1. Quel est l'état de polarisation de l'onde après la lame?

1.2.8.2. Quel est l'état de polarisation d'une OPPM incidente polarisée circulairement gauche lorsqu'elle travers la lame quart d'onde? Même question pour une OPPM polarisée circulairement droite.

1.3. Question pratique

On veut analyser une lumière à l'aide d'un polariseur, pour cela on construit l'image nette d'un trou source sur un écran à l'aide d'une lentille convergente et on intercale un polariseur avant l'écran. On fait tourner le polariseur autour du trajet lumineux, on observe deux maxima et deux minima de l'intensité lumineuse de l'image.

1.3.0.3. Quelle est la distance minimale qu'il doit y avoir entre le trou source et l'écran ?

1.3.0.4. Citer au moins un technique de mesure de la distance focale d'une lentille.

1.3.0.5. Quelle est la nature de la lumière analysée si le minimum n'est pas nul (extinction partielle)?

1.3.0.6. Même question si maintenant le minimum est strictement nul (extinction totale de la lumière)?

1.3.0.7. Même question si l'intensité de l'image ne change pas par rotation du polariseur ?

2^{ème} partie

Interaction d'une onde électromagnétique avec un milieu conducteur

2.1. Quelques propriétés des conducteurs

2.1.1. Définir la notion de conducteur en équilibre électrostatique.

2.1.2. En déduire la valeur du champ électrique à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique.

2.1.3. On désire connaître l'évolution de la densité volumique de charge ρ à l'intérieur d'un conducteur parcouru par un courant $\vec{j}$ et de conductivité électrique γ

2.1.3.1. Rappeler l'expression de la loi d'OHM locale.

2.1.3.2. Rappeler aussi l'équation de conservation de la charge électrique.

2.1.3.3. Même question pour l'équation de MAXWELL-GAUSS dans le conducteur supposé de même permittivité diélectrique que le vide.

2.1.3.4. En déduire l'équation différentielle à laquelle obéit ρ .

2.1.3.5. La valeur typique de la conductivité γ est de l'ordre de $\gamma \simeq 10^8$ SI. Quelle est l'unité de γ dans le système international ? Donner l'expression et la valeur du temps τ de relaxation (ou du retour à l'équilibre) du conducteur. Commenter le résultat.

2.1.4. On s'intéresse maintenant au cas particulier d'une sphère conductrice de rayon a seule dans l'espace et portant la charge positive Q . En formulant les hypothèses simplificatrices nécessaires, déterminer la capacité propre C de ce conducteur seul dans l'espace.

2.2. Réflexion oblique d'une OPPM sur un plan conducteur

Dans cette question on étudie la réflexion d'une OPPM sur un plan conducteur parfait. Le champ électrique de cette onde est noté :

$$\vec{E}_i = E_0 \vec{e}_x \exp i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad (3)$$

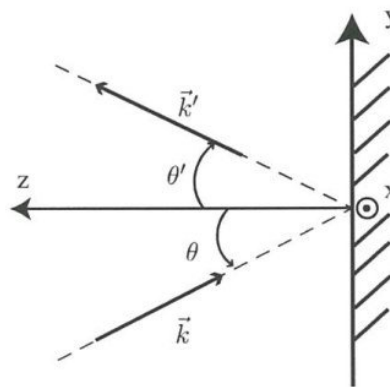


Figure 1: réflexion d'une OPPM sur un conducteur

Dans ce cas on dit que l'onde est polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. On pose $\varphi = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$ et $\theta = (-\vec{e}_z, \vec{k})$ positif (voir Fig. 1).

L'onde incidente donne naissance par réflexion à une OPPM réfléchie :

$$\vec{E}_r = r E_0 \vec{e}_x \exp \varphi' \quad (4)$$

, avec $\varphi' = \vec{k}' \cdot \vec{r} - \omega' t$, l'angle θ' est aussi positif, et on suppose que les lois de DESCARTES ne sont pas connues. De plus on notera respectivement par σ et $\vec{j}_s$ les densités superficielles de charge et de courant dans le conducteur.

2.2.1. Donner les expressions des relations de passage pour le champ électromagnétique.

2.2.2. Déterminer successivement les grandeurs σ , ω' , θ' et r .

2.2.3. Déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}$ de l'onde résultante.

2.2.4. A partir de l'expression de $\vec{E}$, on constate que l'onde résultante a un caractère stationnaire selon une direction et un caractère progressif selon une autre direction. Préciser ces deux directions.

2.2.5. Dans la direction où l'onde est progressive, exprimer le module du vecteur d'onde en fonction de k et de θ .

2.2.6. Quel sont les plans nodaux du champ $\vec{E}$, plans pour lesquels le champ est nul.

2.2.7. Calculer la densité superficielle de courant $\vec{j}_s$.

2.2.8. On montre que la force $d\vec{F}$ exercée par le champ électromagnétique sur élément dS du conducteur parfait est donné par l'expression

$$d\vec{F} = \frac{1}{2} [\sigma \vec{E}(z = 0^+) + \vec{j}_s \wedge \vec{B}(z = 0^+)] \quad (5)$$

2.2.8.1. Quelle est l'origine de cette expression ?

2.2.8.2. Déterminer l'expression de la pression P exercée par l'onde sur le métal.

2.2.8.3. Si w est la densité volumique d'énergie électromagnétique de l'onde incidente, exprimer P en fonction de w et de θ .

2.2.9. Que deviendraient les résultats de cette étude pour $\theta = 0$, ceci correspond au cas simple d'une incidence normale ? Conclure.

2.2.10. Dans cette étude, nous nous sommes intéressés à la réflexion d'une OPPM polarisée perpendiculairement au plan d'incidence. Pour compléter l'étude de la réflexion sur un conducteur quel autre cas faut-il considérer? Donner l'expression du champ incident dans ce cas.

2.2.11. Comment justifier le fait que les deux cas de la question précédente suffisent à étudier la réflexion d'une OPPM de polarisation quelconque par rapport au plan d'incidence.

3^{ème} partie

Quelques applications de l'induction électromagnétique

3.1. Courants de Foucault dans un barreau

À l'intérieur d'un solénoïde de grande longueur, d'axe Oz , de rayon a , comportant n spires par unité de longueur parcourues par le courant sinusoïdal $I = I_0 \cos(\omega t)$, on dispose un barreau conducteur de rayon pratiquement égal à a de conductivité γ , de longueur h .

3.1.1. Déterminer le champ électromoteur induit et la densité volumique de courants de FOUCAULT. On négligera le champ propre.

3.1.2. On considère une tranche de conducteur de longueur dz , comprise entre les distances ρ et $\rho + d\rho$ de l'axe. Déterminer la puissance moyenne dP dissipée par effet JOULE dans cette spire élémentaire.

3.1.3. En déduire la puissance totale P dissipée par effet JOULE dans le barreau. Comment doit-on choisir a pour obtenir une puissance importante ?

3.1.4. Dans la résolution ci-dessus, on a négligé le champ propre, causé par les courants de FOUCAULT. Calculer ce champ propre et sa valeur maximale. À quelle condition (portant sur a) l'hypothèse faite ci-dessus est-elle justifiée ?

3.1.5. A.N. : $\gamma = 6 \cdot 10^7$ S/m et $\omega = 100$ rad/s. Quelle est la limite pour a ?

3.2. Inductance mutuelle d'un dipôle et d'un solénoïde

On considère un dipôle magnétique de moment $\vec{m}$ placé dans un solénoïde infini de n spires par mètre. Calculer le flux du champ créé par le solénoïde lorsque $\vec{m}$ fait l'angle $\theta = (Oz, \vec{m})$ avec l'axe Oz . En déduire l'inductance mutuelle d'une spire et d'un solénoïde.

4^{ème} partie

Optique

4.1. Montage de base en diffraction

4.1.1. Indiquer à quelles conditions, expérimentales et d'observation, on peut considérer les ondes électromagnétiques comme planes.

4.1.2. Décrire le dispositif expérimental classique permettant l'observation des franges de diffraction à l'infini.

4.1.3. Préciser ce que l'on observe sur l'écran dans le cas d'une fente suffisamment fine.

4.1.4. Énoncer le principe de HUYGENS-FRESNEL.

4.1.5. On considère une ouverture diffractante rectangulaire S' , située dans le plan (O', x', y') perpendiculaire à l'axe $O'z$ qui est parallèle à la direction de propagation de la lumière. L'ouverture est de centre O' , de dimension a selon l'axe vertical $O'x$ et de dimension b selon l'axe $O'y$. l'écran d'observation est le plan (O, x, y) . On pose $\vec{u}_0$ le vecteur unitaire du faisceau incident, $\vec{u}$ le vecteur unitaire dans une direction de la lumière diffractée et $d\Sigma$ l'élément de surface entourant un point tournant P de l'ouverture S' , voir figure (2)

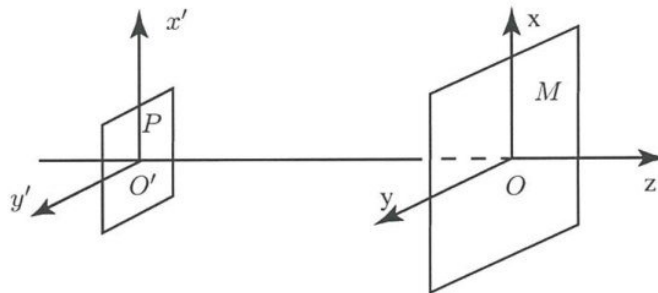


Figure 2: Ouverture diffractante et plan d'observation.

4.1.5.1. Donner l'expression de $s(M)$, amplitude de l'onde au point d'observation M sous forme d'une intégrale elle aussi fonction de la différence $\vec{u} - \vec{u}_0$.

On désigne par α_0 , β_0 et γ_0 les paramètres directeurs du vecteur unitaire $\vec{u}_0$. et par α , β et γ les paramètres directeurs du vecteur unitaire $\vec{u}$

4.1.5.2. Montrer que l'amplitude en un point d'observation M s'écrit :

$$s(M) = S_0 \sin c \left[\pi(\alpha - \alpha_0) \frac{a}{\lambda} \right] \sin c \left[\pi(\beta - \beta_0) \frac{b}{\lambda} \right] \quad (6)$$

où $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ est la fonction sinus cardinal.

On suppose que les deux lentilles de la question 4.1.2. sont identiques ; soit f leur distance focale commune, On suppose en plus qu'on travaille dans le cadre de l'approximation de GAUSS.

- a) Rappeler la signification de l'approximation de Gauss.
- b) Dans le montage de la question 4.1.2., expliquer comment l'écran (O, x, y) placé au foyer image de la deuxième lentille permet-il d'observer de la diffraction à l'infini.
- c) Dans le cadre de l'approximation de GAUSS, exprimer les quatre paramètres directeur en fonction de f et des coordonnées spatiales adéquates, on notera x_0, y_0, z_0 les coordonnées d'un point source situé avant l'ouverture diffractante.
- d) Dédurre de ce qui précède la nouvelle expression $s(x, y)$ de l'amplitude diffractée au point M .

4.2. Lunette astronomique, observation d'une étoile

Les applications numériques se feront avec $f = 1\text{m}$, $\lambda = 0.546 \mu\text{m}$ et $a = 1\text{mm}$. L'observation se fait grâce à un oculaire de distance focale de 2 cm, gradué au dixième de millimètre ¹, l'image de la fente coïncidant avec le zéro de graduation. Enfin, le champ de l'oculaire couvre une surface de $2 \times 3 \text{ mm}^2$.

- 4.2.1. Que devient l'expression de $s(x, y)$ dans le cas d'une fente infiniment longue de largeur a ?
- 4.2.2. Que signifie le terme "infiniment longue" ?
- 4.2.3. L'image de la fente coïncide avec le zéro de la graduation, en déduire une valeur de x_0 .
- 4.2.4. Décrire l'aspect du champ de vision, c'est à dire la répartition de l'éclairement. Montrer en particulier que l'éclairement du premier maximum latéral est déjà très faible par rapport à celui du maximum central. Calculer numériquement la demi largeur de la bande centrale.
- 4.2.5. Que se passe-t-il si l'on fait subir à l'ouverture :
 - a) une translation dans son propre plan ?
 - b) une rotation dans son propre plan ?
 - c) une rotation autour de l'axe $O' y'$?
- 4.2.6. Qu'observe-t-on dans l'oculaire lorsque l'on diminue la largeur de la fente S' ? Jusqu'à quel ordre de grandeur de cette de fente les résultats énoncés restent-ils valables ?
- 4.2.7. Calculer a_0 , valeur numérique de la largeur qu'il convient de donner à la fente S' pour que la décroissance de brillance de la frange centrale entre le centre et le bord du champ (c'est à dire à 3 mm du centre) ne dépasse pas 1%.
- 4.2.8. La fente S' de largeur $a = 1 \text{ mm}$ est maintenant placée contre l'objectif d'une lunette astronomique² braquée vers une étoile que l'on pourra considérer comme une source ponctuelle à l'infini. Décrire sommairement le phénomène observé en lumière blanche.

¹L'oculaire est le système agrandisseur utilisé entre la dernière image réelle et l'oeil dans un système optique. Pour être efficace, il doit avoir une grande ouverture et une petite distance focale. Un réticule (ou micromètre) dans le plan focal de l'oculaire facilite l'observation de l'image.

²Instrument d'optique destiné à l'observation d'objets éloignés. L'image de l'objet se forme dans le plan focal de l'objectif; dans la configuration afocale, très usitée, les plans focaux des combinaisons de lentilles minces représentant respectivement l'objectif et l'oculaire sont distants de la somme des distances focales associées

4.2.9. La lunette est maintenant dirigée vers une étoile binaire dont les composantes S_1 et S_2 ont même éclat (ou brillance). A quelle condition les composantes de ce doublet sont-elle séparées par cette lunette astronomique (prendre $\lambda = 0.546 \mu\text{m}$)? Que donnerait une fente 10 fois plus large ? On rappelle le critère de RAYLEIGH : la limite de résolution d'un système optique est la séparation de deux objets donnant dans l'espace image deux taches de diffraction telles que le maximum central de l'une coïncide avec le premier minimum nul de l'autre.

4.3. Fentes de Young

L'écran est maintenant percé de deux fentes parallèles identiques S'_1 et S'_2 distantes de h , de centres respectifs O'_1 et O'_2 et de même largeur a et symétriques par rapport à O' . On suppose en plus qu'on travaille en incidence normale.

4.3.1. Montrer qu'en lumière monochromatique, l'expression de l'éclairement moyen $E(x)$ est :

$$E(x) = E_0 \left[1 + \cos 2\pi \frac{x}{i} \right] \left[\sin c \left(\pi \frac{x}{I} \right) \right]^2 \quad (7)$$

Donner les expressions de I et i . Comparer les ordres de grandeurs a priori.

4.3.2. Tracer l'allure de $E(x)$ en fonction de x .

4.3.3. Qu'observe-t-on en lumière monochromatique ? en lumière blanche ?

4.3.4. Qu'observe-t-on en lumière monochromatique si $a = a_0$ (question 4.2.7.)?

4.3.5. Décrire ce que l'on observe sur l'écran si l'on utilise pour tout matériel un laser néon-hélium et une double fente pratiquée dans un écran en matière plastique opaque (à titre documentaire : $\lambda = 0.632 \mu\text{m}$ et le diamètre du faisceau est de l'ordre de 0.8 mm).

~~FIN DE L'ÉPREUVE~~