

ⵜⴰⴷⵓⴻⵔⴰ ⵜⴰⵎⴰⵔⵓⵜ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵓⵜ ⵜⴰⵎⴰⵔⵓⵜ ⵜⴰⵎⴰⵔⵓⵜ
ⵜⴰⵎⴰⵔⵓⵜ ⵜⴰⵎⴰⵔⵓⵜ ⵜⴰⵎⴰⵔⵓⵜ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

Concours d'Entrée en Première Année du Cycle de Préparation
À l'Agrégation de Sciences Physiques
Option : Physique
Session : Juillet-2018

Épreuve de Physique I

Durée : 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est autorisé

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a menées à prendre.

1^{re} partie MÉCANIQUE

Étude de la suspension d'un véhicule.

Le véhicule étudié est modélisé par un parallélépipède, de centre de gravité G et de masse M , reposant sur une roue par l'intermédiaire de la suspension dont l'axe OG reste toujours vertical.

L'ensemble est animé d'une vitesse horizontale $\vec{v} = v\vec{u}_x$. La suspension, quant à elle, est modélisée par un ressort de raideur constante $k = 10^5 \text{ N.m}^{-1}$ (de longueur à vide l_0) et un amortisseur fluide de constante d'amortissement constante $\lambda = 4.10^3 \text{ U.S.I.}$. La masse de l'ensemble est $M = 1000 \text{ kg}$.

La position verticale du véhicule est repérée par z_G dans le référentiel galiléen proposé ayant son origine sur la ligne moyenne des déformations du sol. On note z_0 la cote du centre de la roue par rapport au niveau moyen de la route.

L'amortissement entre M et la roue introduit une force de frottement fluide, exercée par l'amortisseur sur M , qui s'écrit :

$$\vec{F} = -\lambda \left(\frac{dz_G}{dt} - \frac{dz_0}{dt} \right) \vec{u}_z$$

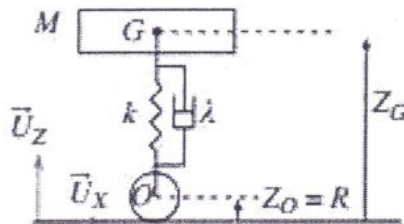


Fig. 1

La route est parfaitement horizontale.

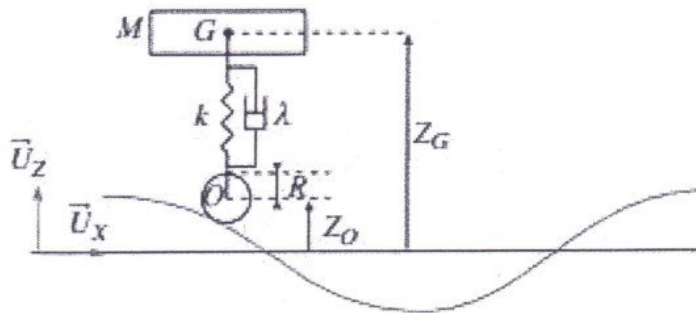


Fig. 2

La route est ondulée.

1.1. La route est parfaitement horizontale (fig. 1)

- 1.1.1. La route ne présente aucune ondulation et le véhicule n'a aucun mouvement vertical. Déterminer la position $z_{G_{eq}}$ de G lorsque le véhicule est au repos.
- 1.1.2. Suite à une impulsion soudaine, le véhicule acquiert un mouvement d'oscillations verticales. On cherche dans cette question à établir l'équation différentielle caractéristique du mouvement par une méthode énergétique.
On étudie le mouvement par rapport à la position d'équilibre établie précédemment.
On posera $z = z_G - z_{G_{eq}}$.
 - 1.1.2.1. Établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur.
 - 1.1.2.2. Établir l'expression de l'énergie potentielle élastique.
Les énergies potentielles seront exprimées en fonction de z et à une constante additive près.
 - 1.1.2.3. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à la masse et en déduire l'équation différentielle en z caractéristique du mouvement.
 - 1.1.2.4. Dessiner, qualitativement, les allure envisageables de la fonction $z(t)$. (la résolution de l'équation différentielle n'est pas demandée).

1.2. La route est ondulée (fig. 2)

Le véhicule se déplace à la vitesse horizontale v sur un sol ondulé. L'ondulation est assimilée à une sinusoïde de période spatiale L et d'amplitude A . z_0 peut alors s'écrire $z_0 = R + A \cos(wt)$.
On étudie maintenant le mouvement par rapport à la position d'équilibre établie précédemment. On posera $z = z_G - z_{G_{eq}}$.
Pour les applications numériques on prendra $L = 1 \text{ m}$; $A = 10 \text{ cm}$.

- 1.2.1. Quelle est l'unité de λ ?
- 1.2.2. Exprimer w en fonction de v et L . Vérifier l'homogénéité du résultat.
- 1.2.3. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la masse M dans le référentiel terrestre supposé galiléen, établir l'équation différentielle en z régissant le mouvement.
- 1.2.4. Justifier qualitativement le fait que l'on recherche la solution $z(t)$ de cette équation différentielle sous une forme sinusoïdale $z(t) = z_{max} \cos(wt + \Phi)$.
- 1.2.5. **Résolution par la méthode des complexes**
On pose $\underline{z} = \underline{Z} \exp(jwt)$, réponse complexe du véhicule à l'excitation sinusoïdale et $\underline{z}_0 - R = \underline{A} \exp(jwt)$.

1.2.5.1 Montrer que

$$\frac{\underline{Z}}{\underline{A}} = \frac{\left(\frac{k}{M} + j \frac{w\lambda}{M} \right)}{\left(-w^2 + jw \frac{\lambda}{M} + \frac{k}{M} \right)}$$

avec j le complexe tel que $j^2 = -1$ puis que l'on peut mettre sous la forme

$$\frac{\underline{Z}}{\underline{A}} = \frac{\left(1 + j \frac{w}{w_1} \right)}{\left(1 - \frac{w^2}{w_0^2} + j \frac{w}{Qw_0} \right)} = \frac{\underline{H}_1}{\underline{H}_2}$$

Exprimer alors w_0 , w_1 et Q en fonction de k , λ et M .

1.2.5.2. Calculer numériquement w_0 , w_1 et Q . N'oubliez pas les unités.1.2.5.3. Donner l'expression du module $\left| \frac{\underline{Z}}{\underline{A}} \right|$ en fonction de w_0 , w_1 et Q .

1.2.6. Étude fréquentielle

On souhaite maintenant étudier l'amplitude des oscillations en fonction de la vitesse de la voiture. Pour cela, on étudie donc $\left| \frac{\underline{Z}}{\underline{A}} \right|$ en fonction de w .

1.2.6.1. Tracer l'allure du diagramme de Bode relatif à $\frac{\underline{Z}}{\underline{A}}$.1.2.6.2. w_r , valeur de w pour laquelle l'amplitude est maximale, est de l'ordre de grandeur de w_0 . Quelle est la valeur de v correspondante ? calculer l'amplitude des oscillations du véhicule pour $w = w_0$.

1.2.7. Application

Dans le film « Le salaire de la peur », Yves Montand conduit un camion ($w_0 = 25 \text{ s}^{-1}$) chargé de nitroglycérine. Il passe sur une tôle ondulée de période spatiale 1 m et pour laquelle $A = 10 \text{ cm}$. Afin d'éviter l'explosion du chargement il doit traverser la tôle à une vitesse inférieure à 5 km/h ou supérieure à 50 km/h. Justifier qualitativement ceci à l'aide des résultats précédents.

2^{me} partie THERMODYNAMIQUE

Étude du cycle Beau de Rochas à admission partielle

Dans un moteur thermique, un piston se déplace dans un cylindre entre deux positions extrêmes : le point mort haut (noté PMH) et le point mort bas (noté PMB). Le volume baryé s'appelle la cylindrée (notée C_y). Le volume d'une même masse de fluide (pendant le temps de fermeture des soupapes) varie donc entre une valeur maximale V_1 et une valeur minimale V_2 (on a donc $V_1 - V_2 = C_y$). La régulation de la puissance d'un moteur à allumage commandé est effectuée en diminuant la pression et la quantité de mélange introduit dans le cylindre au moyen d'une vanne papillon. Le moteur est supposé constitué d'un seul cylindre. Le fonctionnement d'un moteur thermique quatre temps à allumage commandé, à admission partielle, peut

se schématiser, en diagramme de Clapeyron, suivant le cycle donné ci-dessous.

0 - 1 soupape d'admission ouverte : admission, à pression constante, du mélange dans le cylindre (soupape d'échappement fermée).

1 - 2 fermeture de cette soupape : compression supposée adiabatique.

2 - 3 allumage et combustion stœchiométrique instantanée : apport de chaleur isochore.

3 - 4 détente supposée adiabatique.

4 - 5 ouverture de la soupape d'échappement : échappement (les produits de combustion se détendent dans la conduite d'échappement).

5 - 6 : balayage, à pression constante, du cylindre (le gaz d'échappement est repoussé vers l'extérieur lors de la remontée du piston).

6 - 0 : fermeture de la soupape d'échappement : évolution des gaz résiduels supposée isochore (hypothèse simplificatrice).

Hypothèses :

- le fluide gazeux (mélange air carburant, puis produits de combustion) en évolution dans le moteur se comporte comme un gaz parfait défini par sa capacité thermique massique à pression constante, notée c_P et par sa capacité thermique massique à volume constant, notée c_V .
- Toutes les évolutions sont supposées réversibles.
- On raisonnera pour une masse unitaire de gaz située dans le cylindre (entre la fermeture et l'ouverture des soupapes : évolution 1 - 2 - 3 - 4).
- Les énergies cinétiques et potentielles seront négligées.

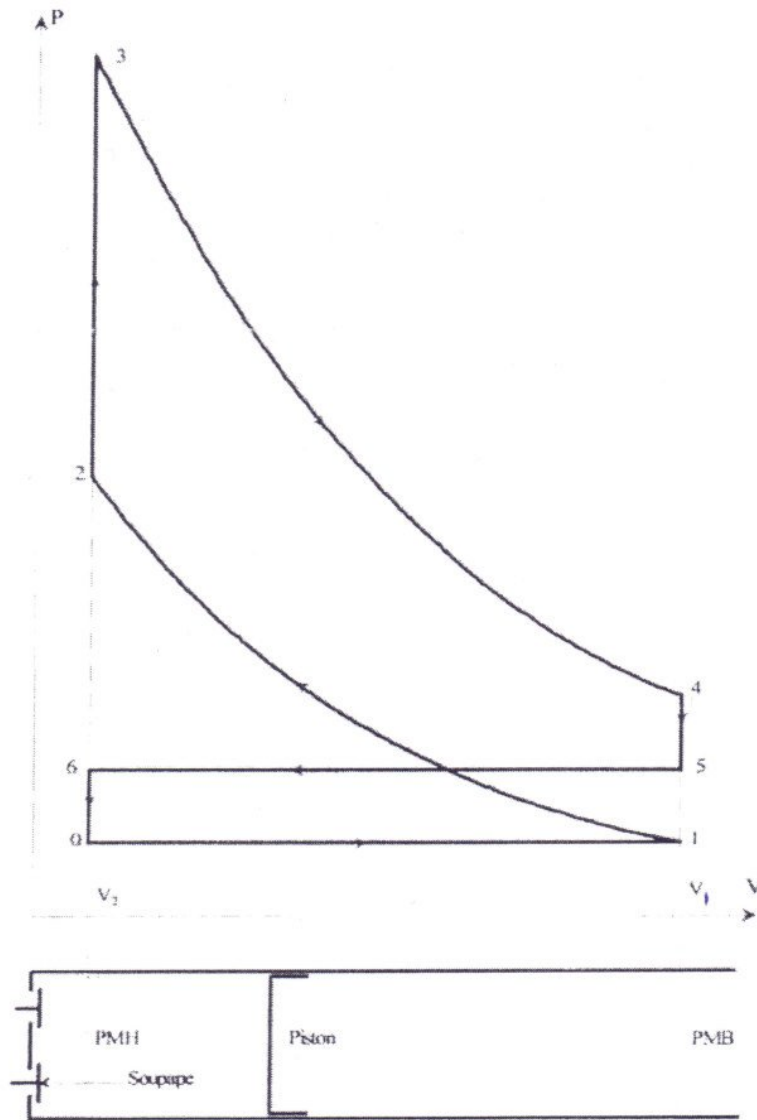
Définitions :

- *Pouvoir comburivore du carburant*, noté P_{co} : c'est le rapport entre la masse d'air et celle de carburant lorsque la combustion est stœchiométrique.
- *Pouvoir calorifique inférieur du carburant*, noté P_{ci} : c'est la quantité de chaleur libérée par la combustion stœchiométrique (à volume constant) d'un kg de carburant.

Notations : on notera

- P_1 et T_1 : pression et température du gaz aspiré dans le cylindre.
- P_5 : pression d'échappement.
- $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$ et $r = c_P - c_V$.
- $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ appelé taux volumétrique de compression, $\lambda = \frac{P_3}{P_2}$ et $b = \frac{P_5}{P_1}$.

2.1. Étude des évolutions 1 - 2, 2 - 3 et 3 - 4 (soupapes fermées).



2.1.1. Exprimer littéralement les températures T_2 , T_3 , T_4 et les pressions P_2 , P_3 , P_4 en fonction de T_1 , P_1 , ε , γ et λ .

2.1.2. Donner l'expression littérale des travaux massiques ($w_{1 \rightarrow 2}$, $w_{2 \rightarrow 3}$ et $w_{3 \rightarrow 4}$) et des quantités de chaleur massiques ($q_{1 \rightarrow 2}$, $q_{2 \rightarrow 3}$ et $q_{3 \rightarrow 4}$) échangés lors de ces trois évolutions. Ces quantités seront exprimées en fonction de T_1 , c_V , ε , γ et λ .

2.2. Étude de la combustion (supposée stœchiométrique).

✓ 2.2.1. Exprimer littéralement la quantité de chaleur massique $q_{2 \rightarrow 3}$ en fonction de P_{ci} et P_{co} . En déduire l'expression littérale de T_3 et λ en fonction de c_V , T_2 , P_{ci} et P_{co} .

✓ 2.2.2. Application numérique : $T_1 = 293$ K, $b = 2$, $P_5 = 1$ bar (donc $P_1 = 0,5$ bar), $\varepsilon = 8$, $\gamma = 1,40$, $c_V = 713$ J kg⁻¹ K⁻¹, $P_{co} = 15$ kg d'air par kg de carburant et $P_{ci} = 41500$ kJ/kg de carburant.

Calculer T_2 , P_2 , T_3 , λ , P_3 , T_4 et P_4 .

2.3. Étude des évolutions de transvasement (0 - 1 et 5 - 6).

2.3.1. Exprimer littéralement les travaux massiques $w_{0 \rightarrow 1}$, $w_{5 \rightarrow 6}$ en fonction de T_1 , c_V , ε , γ et b .

2.3.2. Préciser la valeur numérique des travaux échangés lors des évolutions 4 - 5 et 6 - 0.

2.4 Étude globale du cycle.

2.4.1. Exprimer littéralement le travail massique utile, noté w_u fourni par le cycle. Cette quantité sera exprimée en fonction de T_1 , c_V , ε , γ , λ et b .

2.4.2. En déduire l'expression littérale du rendement de ce cycle, noté η_{th} , en fonction de ε , γ , λ et b .

2.4.3. Application numérique : calculer η_{th} avec $b = 2$, $\varepsilon = 8$, $\gamma = 1,40$ et λ calculé lors de la question 2.2.2..

2.5 Étude du cas particulier du cycle atmosphérique Beau de Rochas.

Ce cycle est obtenu lorsque la pression d'admission est égale à la pression d'échappement : c'est à dire pour $b = 1$.

2.5.1. Donner l'expression littérale du rendement de ce cycle, noté $\eta_{th,0}$, en fonction de ε et γ .

2.5.2. Application numérique : calculer $\eta_{th,0}$ avec $\varepsilon = 8$ et $\gamma = 1,40$.

2.6. Comparaison du cycle Beau de Rochas atmosphérique et celui à admission partielle.

En réalité, nous étudions un moteur dont la cylindrée Cy est égale à 2 litres (on rappelle que $V_1 - V_2 = Cy$). On ne raisonne donc plus pour une masse unitaire de gaz. On supposera (hypothèse simplificatrice) que $T_0 = T_1$.

2.6.1. Pour chacun de ces cycles, donner l'expression littérale de la masse de gaz aspirée dans le cylindre en fonction de P_5 , T_1 , r , Cy et b . On notera M la masse aspirée lors du cycle à admission réduite et M_0 celle aspirée lors du cycle atmosphérique.

2.6.2. Application numérique : calculer M et M_0 avec $P_5 = 1$ bar, $T_1 = 293$ K, $r = 285,2$ J.kg⁻¹.K⁻¹, $Cy = 2$ litres et $b = 2$.

2.6.3. On note w_u le travail utile massique pour le cycle à admission partielle et $w_{u,0}$ celui correspondant au cycle atmosphérique. Donner l'expression littérale du coefficient k ainsi défini : $k = \frac{M.w_u}{M_0.w_{u,0}}$. On exprimera k en fonction de η_{th} , $\eta_{th,0}$ et b .

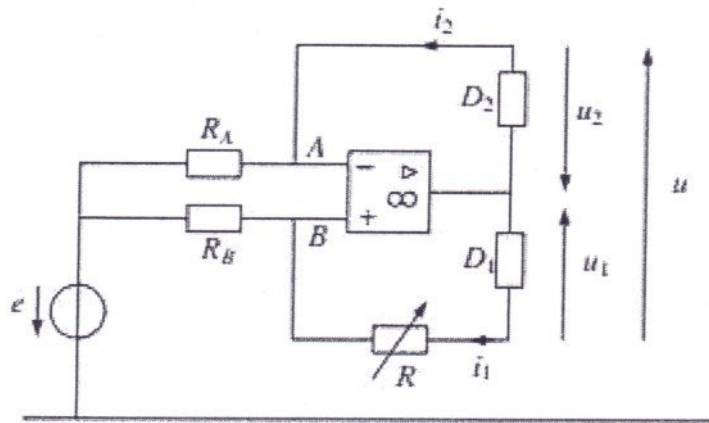
2.6.4. Application numérique : Calculer k avec $b = 2$, η_{th} et $\eta_{th,0}$ calculés précédemment.

2.6.5. Donner une signification au coefficient k .

3^{me} partie Électronique

Sonde thermique

On considère une sonde thermique dont le schéma du montage est représenté ci-dessous. Les deux dipôles D_1 et D_2 ont les mêmes caractéristiques $i = I_0(T) \exp\left(\beta \frac{u}{T}\right)$ où $I_0(T)$ est un coefficient positif dépendant de la température T et β une constante (les sens de i et u étant ceux indiqués sur le schéma du montage). L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.



3.1. Principe de la sonde :

- 3.1.1. Établir la relation entre u , u_1 et u_2 .
- 3.1.2. Exprimer le rapport $\frac{i_1}{i_2}$ en fonction de β , u et T .
- 3.1.3. Établir l'expression de u en fonction de β , R_A , R_B et T .
- 3.1.4. Montrer que V_A le potentiel en A peut s'exprimer en fonction de e , R , R_B et u .
- 3.1.5. Tracer l'allure de la courbe de V_A en fonction de T si $R_B > R_A$.
- 3.1.6. Sachant qu'on a $\beta = 5,80 \cdot 10^3 K \cdot V^{-1}$, $e = 10 V$, $R_A = 10 k\Omega$ et $R_B = 20 k\Omega$, quelle valeur doit-on donner à R pour qu'à 273 K la tension V_A s'annule ? En déduire alors l'expression numérique de $V_A(T)$ en fonction de T .

3.2. De la sonde au capteur de température :

Pour obtenir un capteur capable de fournir une tension de sortie proportionnelle à la température T à raison de 1,0 V pour 10 K, on amplifie V_A par le montage ci-dessous. L'amplificateur opérationnel est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire.

- 3.2.1. Le branchement du second amplificateur opérationnel modifie-t-il le potentiel en A étudié dans la première partie ?
- 3.2.2. Exprimer en fonction de R_C et R_D le gain en tension $G = \frac{u_s}{V_A}$.
- 3.2.3. On prend $R_C = 1\text{ k}\Omega$. Calculer la valeur de G pour obtenir une tension de $1,0\text{ V}$ pour 10 K , ce qui correspond à $\frac{du_s}{dT} = 0,1\text{ V.K}^{-1}$. En déduire la valeur qu'il faut donner à R_D .
- 3.2.4. On lit avec un voltmètre numérique une tension $u_s = 1,90\text{ V}$. Quelle est la température T ?

