

Royaume du Maroc
Ministère de l'Education
Nationale et de la formation
professionnelle

Centre Régional des métiers
de l'éducation et de formation
Marrakech

Concours d'entrée au cycle de préparation à l'agrégation
Option Physique
Epreuve de Physique II
Durée : 4 heures

Cette épreuve comporte 6 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage des calculatrices non programmables est autorisé

Si, au cours de votre composition, vous apercevez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous le signalez sur votre copie et vous continuez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amenés à prendre.

1^{ère} partie

Aspects électromagnétiques divers

Soit un référentiel $\mathcal{R}$ dans lequel les charges et les courants considérés ont respectivement la densités volumiques $\rho(M, t)$ et $\vec{j}(M, t)$. Ils sont situés dans le vide ou, éventuellement, dans des milieux tels que les conducteurs non ferromagnétiques que l'on pourra traiter comme du vide.

- 1.1. Écrire, dans le référentiel $\mathcal{R}$, en supposant qu'elles y sont valables, les équations de MAXWELL relatives au champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$.
- 1.2. Préciser sans aucune démonstration le contenu physique de chacune de ces équations.
- 1.3. Montrer que les équations de MAXWELL impliquent la conservation de la charge électrique.
- 1.4. Préciser dans quels référentiels les équations de MAXWELL sont-elles valables.
- 1.5. Écrire les équations de MAXWELL dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires.
- 1.6. Dans le cas général, montrer que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ peuvent se déduire des potentiels V (potentiel scalaire) et $\vec{A}$ (potentiel vecteur). Ces potentiels sont-ils uniques ? justifier votre réponse.
- 1.7. Montrer qu'un champ magnétostatique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$ dérive des potentiels vecteurs suivants :

$$\vec{A}_1 = \frac{1}{2} (\vec{B} \wedge \vec{r}) \quad ; \quad \vec{A}_2 = -B \cdot y \cdot \vec{e}_x$$

où $\wedge$ désigne l'opérateur produit vectoriel.

Préciser l'allure des lignes de champ des potentiels $\vec{A}_1$ et $\vec{A}_2$. Compte tenu de leurs symétrie respectives, à quelles distributions de courants pourrait-on les associer ?

- 1.8. Compte tenu des symétries de la question précédente et en appliquant le théorème d'AMPÈRE, déterminer l'expression du champ $\vec{B}$ pour un **solénoïde infini** d'axe $\vec{e}_z$ ayant n spires par unité de longueur et parcouru par un courant constant i . En déduire l'expression du potentiel vecteur $\vec{A}$ correspondant.

- 1.9. Soit le montage de la figure (1), la barre (M N), de masse m , peut glisser sans frottement sur deux rails parallèles, horizontaux et conducteurs. L'ensemble est le siège d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent. À $t = 0$, la barre est **immobile** et le condensateur porte la charge Q ($Q > 0$); on ferme alors l'interrupteur. Déterminer:

- 1.9.1. La loi $q(t)$ d'évolution de la charge du condensateur au cours du temps.
- 1.9.2. La loi $i(t)$ d'établissement du courant au cours du temps.

1.9.3. La vitesse limite de la tige (M N) et le déplacement $x(t)$ de la tige.

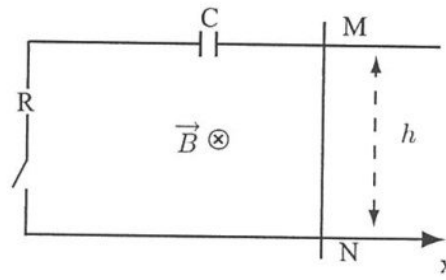


Figure 1: Tige en mouvement dans un champ magnétique uniforme.

2^{ème} partie

Propagation dans un milieu ionisé

Une onde plane monochromatique de pulsation ω et de module de vecteur d'onde k se propage parallèlement à Oz dans une atmosphère neutre raréfiée et ionisée. Cette atmosphère contient N ions et N électrons (masse m et charge $-e$) par unité de volume. On négligera le champ magnétique terrestre.

2.1. On suppose le champ électrique polarisé rectilignement selon Ox et d'amplitude E_0 .

2.1.1. Rappeler ce que c'est qu'une lumière polarisée.

2.1.2. Quel est l'état le plus général d'une lumière polarisée.

2.1.3. Définir ce que c'est qu'un état de polarisation circulaire et un état de polarisation rectiligne.

2.1.4. Décrire brièvement comment on peut obtenir de la lumière polarisée rectilignement à partir d'une lumière non polarisée.

2.1.5. Écrire l'équation différentielle de mouvement d'un électron en présence de l'onde ci-dessus. Justifier le fait que tous se passe comme si l'électron n'est soumis qu'à l'action du champ électrique $\vec{E}$ de l'onde précédente.

2.1.6. Exprimer la vitesse $\vec{v}$ d'un électron en fonction de $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. En déduire l'existence d'une densité volumique de courant $\vec{j}$ dans cette atmosphère ionisée, due au passage de l'onde.

2.1.7. Justifier le fait qu'on puisse négliger la composante de la densité volumique de courant due aux ions, pour ne considérer que la composante due aux électrons. Montrer alors que ce courant volumique peut se mettre sous la forme :

$$\vec{j} = -\alpha \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Exprimer α . ($\alpha > 0$).

2.2. On considère que le milieu ionisé est globalement neutre.

2.2.1. Justifier l'hypothèse ci-dessus.

2.2.2. En reportant la densité volumique de courant précédente dans les équations de MAXWELL, écrire l'équation de propagation de $\vec{E}$ dans le milieu neutre ionisé. En déduire la relation de dispersion reliant k et ω .

2.2.3. Calculer la vitesse de phase v_φ de l'onde dans ce milieu ionisé. On mettra v_φ sous la forme :

$$v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$$

Où c désigne la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide et ϵ un nombre que l'on exprimera en fonction du paramètre μ défini par :

$$\mu = \frac{Ne^2\lambda_0^2}{4\pi^2\epsilon_0 mc^2}$$

λ_0 désignant la longueur d'onde de l'onde électromagnétique dans le vide.

2.2.4. Tracer le graphe $v_\varphi = f(\epsilon)$. Que remarque-t-on en ce qui concerne les valeurs possibles de v_φ ? Ce résultat contredit-il le fait que c est une vitesse limite? Exprimer la vitesse de groupe v_g de l'onde, en fonction de ϵ et de c , puis en fonction de v_φ et de c . Conclure.

2.3. L'amplitude du champ électrique est $E_0 = 10^{-1}$ V/m. On a $\lambda_0 = 75$ m ; $N = 1.8 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$; $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Calculer numériquement α , ϵ et v_φ . Calculer l'amplitude du champ magnétique de l'onde (on l'exprimera en fonction de E_0 , c et ϵ) ainsi que le déplacement u des électrons.

2.4. Le plan $z = 0$ sépare le milieu ionisé (défini par $z > 0$) du vide. Une onde plane monochromatique incidente $\vec{E}_i = E_0 \cos(k_i z - \omega t) \vec{e}_x$ se propage selon Oz positif, du vide vers le plasma. Cette onde arrive en **incidence normale** sur le plan $z = 0$. Il y a d'une part **transmission normale** de l'onde et d'autre part **réflexion normale** de l'onde sur cette interface. Soient $\vec{E}_i$, $\vec{E}_t$ et $\vec{E}_r$ les champs électriques respectifs des ondes incidente, transmise et réfléchie. De même $\vec{B}_i$, $\vec{B}_t$ et $\vec{B}_r$ les champs magnétiques respectifs des ondes incidente, transmise et réfléchie.

En utilisant les résultats précédents, donner les expressions instantanées des champs électriques, en faisant apparaître, quand cela s'impose, c ou v_φ . On pourra supposer que les trois champs électriques restent synchrones et polarisés rectilignement selon Ox. Les amplitudes des trois champs électriques seront respectivement notées E_{i0} , E_{t0} et E_{r0} . On ne cherchera pas, dans cette question, à relier ces trois grandeurs. De même, établir les expressions des champs magnétiques en faisant apparaître, quand cela s'impose, c ou v_φ , E_{i0} , E_{t0} ou E_{r0} .

2.5. Le plasma ne possédant aucune densité surfacique de charges ni aucune densité surfacique de courants.

2.5.1. Rappeler les conditions de passage pour le champ électromagnétique.

2.5.2. Que peut on dire de la continuité des champs électrique et magnétique à l'interface vide-ionosphère?

2.5.3. On définit les coefficients de réflexion r et de transmission t en amplitude respectivement par :

$$E_{r0} = r \cdot E_{i0} \quad \text{et} \quad E_{t0} = t \cdot E_{i0}$$

D'après ce qui précède, montrer d'une part que : $1 + r = t$, et exprimer d'autre part r et t en fonction de ϵ .

2.6. On définit respectivement les rapports R du flux énergétique réfléchi au flux énergétique incident et T du flux énergétique transmis au flux énergétique incident. On suppose qu'il n'y a pas d'absorption dans le plasma. Déterminer l'expression de R en fonction de ϵ . Quelle relation simple existe-t-il entre R et T ? En déduire l'expression de T .

2.7. Calculer la valeur de R pour $\lambda_0 = 75$ m. Que se passe-t-il pour $\mu \rightarrow 1$? Donner alors la valeur correspondante de λ_0 . Quel type de communications utilise cette propriété?

3^{ème} partie

Diffraction

Dans ce problème on s'intéresse à la diffraction par un système de fentes. Pour cela on considère un système d'axes (O, x, y, z) , Oz est l'axe horizontal qui en même temps la direction de propagation de la lumière. Soit un plan $\mathcal{P}(O, x, y)$ le plan perpendiculaire à Oz en O, dans ce plan on place successivement différents objets diffractants

éclairés par une onde plane monochromatique se propageant suivant l'axe optique Oz et de longueur d'onde λ . La lentille L (Fig. 2) est une lentille convergente de distance focale f' . On observe sur un écran (Ec) situé dans le plan focal image de la lentille L .

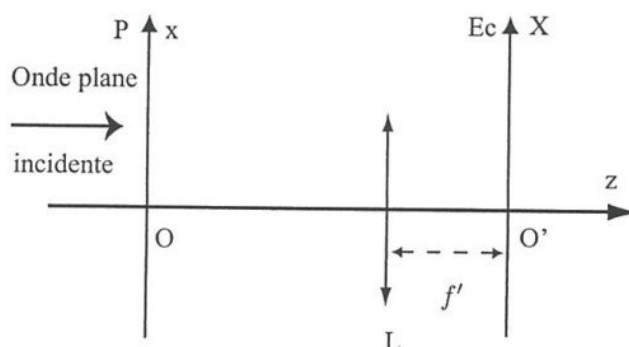


Figure 2: Montage diffraction

3.1. L'objet diffractant est une fente F rectangulaire de centre O et de largeur b suivant Ox , et de grande dimension suivant l'axe perpendiculaire Oy .

3.1.1. Énoncer le principe de de HUYGHENS-FRESNEL. $\simeq$

3.1.2. Que signifie "grande dimension" suivant Oy ?

3.1.3. On considère un point M de l'écran (Ec) de coordonnées $(X,0)$ dans le plan $O'XY$. Exprimer à une constante multiplicative près, l'amplitude $A_0(X)$ de l'onde issue de la fente et reçue en M .

3.1.4. En déduire l'expression de l'éclairement correspondant $E(X)$ en notant E_0 l'éclairement maximum.

3.1.5. Représenter l'allure de la courbe $E(X)$ en dégagant ses caractéristiques essentielles.

3.1.6. Représenter la figure observée sur l'écran (Ec) (plan $O'XY$).

On considérera par la suite la lumière qui passerait par O comme origine des phases.

3.2. On considère à présent que la fente F est centrée en $x = x_0$.

3.2.1. Déterminer simplement la nouvelle expression de l'amplitude $A(X)$ au point $M(X,0)$ de l'écran en fonction de $A_0(X)$, de x_0 et des données du problème.

3.2.2. Quels changements observe-t-on sur l'écran ?

3.3. On considère à présent que l'objet diffractant est constitué de deux fentes identiques aux précédentes et centrées respectivement en $x = 0$ et $x = 2b$.

3.3.1. Quelle est alors l'amplitude $A_1(X)$ au point $M(X,0)$ de l'écran ?

3.3.2. En déduire l'éclairement $E_1(X)$ et donner l'allure de la courbe associée.

3.3.3. Interpréter simplement le résultat obtenu : on fera apparaître E_1 comme le produit de la fonction E par une fonction que l'on reconnaîtra et dont on donnera l'interprétation physique.

3.4. On considère à présent que l'objet diffractant est un réseau infini de fentes identiques aux précédentes et centrées aux points d'abscisse $2pb$ où p est entier positif ou négatif. Le réseau est donc de période $2b$.

3.4.1. Avec des fentes infiniment fines, en quels points de l'écran observerait-on un éclaircissement non nul ?

3.4.2. En utilisant le résultat de la question 3.3., en déduire l'allure de la figure obtenue sur l'écran en tenant compte de la largeur b de chaque fente.

3.4.3. Montrer que si l'on ne conserve que les franges infiniment fines les plus brillantes, il ne reste que trois franges dont on précisera les positions et les éclaircissements relatifs.

3.5. On considère à présent que le réseau est translaté dans la direction Ox d'une quantité $v t$ (chaque fente de largeur b est alors centrée en $2 p b + v t$).

En utilisant les résultats de l'ensemble des questions précédentes, montrer qu'on observe trois franges en $X = 0$; et en $X = \pm(\lambda f'/2 b)$, d'éclaircissement relatifs $1, 4/\pi^2$ et $4/\pi^2$ et dont les amplitudes respectives sont déphasées de 0 , et $\pm\varphi(t)$, avec $\varphi(t) = \pi v t/b$.

4^{ème} partie

Interférence lumineuses

On se propose dans cette partie de mesurer l'indice de réfraction d'un fluide par méthode interférométrique. Pour ce faire, on suppose que le champ électrique de l'onde lumineuse peut être décrit en représentation complexe par:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

4.1. La situation d'interférence la plus simple est obtenue entre deux sources ponctuelles cohérentes et synchrones. Pour cela on réalise le dispositif des trous d'YOUNG représenté sur la figure (3).

On étudie la figure d'interférence obtenue sur un écran (E) placé à la distance D du plan des sources secondaires S_1 et S_2 . La distance entre ces deux sources est $S_1 S_2 = a$.

(L) est une lentille mince convergente centrée sur l'axe de symétrie SO , sa distance focale est noté f' . De plus on suppose que l'écran (E) est confondu avec le plan focal image de (L), autrement dit la distance entre la lentille et l'écran est égale à f' . On suppose que (L) est utilisée dans les conditions de GAUSS: les angles α qui peuvent intervenir dans la propagation des rayons lumineux sont tels que $\sin \alpha \simeq \tan \alpha \simeq \alpha_{\text{rad}}$.

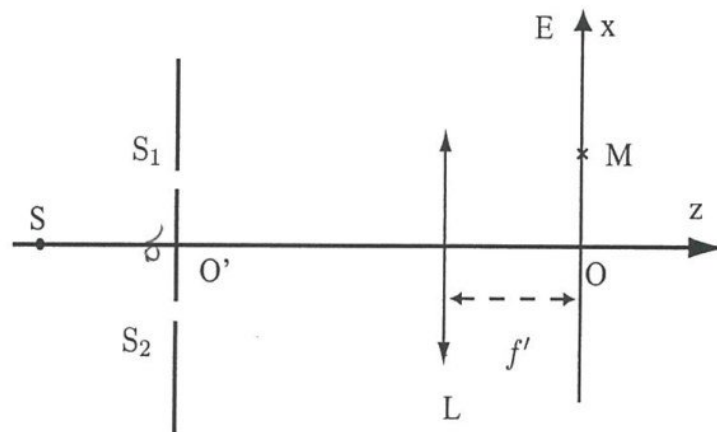


Figure 3: Montage Interférences

4.1.1. Rappeler ce que signifie l'approximation de l'optique géométrique.

4.1.2. Que signifie l'approximation de GAUSS

4.1.3. Pour la lentille convergente (L) rappeler sa formule de conjugaison au centre, ainsi que l'expression de sa distance focale f' en fonction de l'indice de réfraction du verre dont elle est fabriquée et des rayons de

courbures des dioptries la constituant.

4.1.4. Que signifie "sources synchrones" ?

4.1.5. Que signifie "sources cohérentes" ?

4.1.6. Construire la marche des rayons lumineux issus de la source ponctuelle S qui viennent interférer au point M.

4.1.7. Par un choix convenable de l'origine des temps, on écrit les deux ondes en S_1 et S_2 :

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = \vec{E}_0 \exp -j \omega t$$

$\vec{E}_0$ est dirigé perpendiculairement au plan de la figure.

Écrire l'onde résultante en M. Exprimer la différence de phase $\varphi_2 - \varphi_1$ entre les deux ondes en fonction de a , $x = \overline{OM}$, f' , et λ .

4.1.8. L'intensité de l'onde est proportionnelle à $\vec{E} \cdot \vec{E}^*$, si $\vec{E}^*$ est la quantité complexe conjuguée de $\vec{E}$. Quelle est l'intensité résultante en M ? On appellera I_0 l'intensité transportée par chaque onde.

4.2. Quelles sont les positions x_M des franges où l'interférence est constructive ? Montrer que ces franges brillantes sont équidistantes et séparées par l'interfrange :

$$i = \frac{\lambda f'}{a}$$

4.3. On veut mesurer l'indice de réfraction n d'un liquide. Pour cela on place respectivement devant les deux trous S_1 et S_2 un dispositif équivalent à deux cuves identiques de longueur l suivant le montage indiqué par la figure (4)

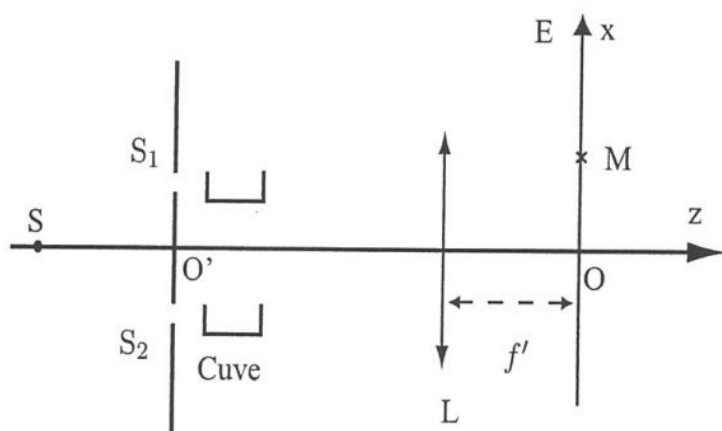


Figure 4: Montage Interférences

4.3.1. On remplit la cuve placée devant S_1 par le liquide d'indice inconnu n_1 et la cuve placée devant S_2 par un liquide d'indice connu n_2 . On constate, sur l'écran (E), que le système de franges se déplace dans le sens des x croissants. Dans quel sens est l'inégalité entre n_1 et n_2 ?

4.3.2. Quand les deux cuves sont entièrement remplies, une frange brillante apparaît encore en O et il y a m franges brillantes qui sont passées par O pendant le remplissage. Donner la relation entre n_1 , n_2 , l , λ et m . Calculer numériquement n_1 sachant que $n_2 = 1.3333$; $l = 10$ cm ; $\lambda = 0.53 \mu\text{m}$; $m = 150$. On donnera pour n_1 la même précision que celle donnée pour n_2 .