ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

Centre Régional des Métiers de l'Éducation et de Formation Casablanca-Settat

Concours d'Entrée en Première Année du Cycle de Préparation
Á l'Agrégation de Sciences Physiques
Option : Physique
Session : Juillet-2018

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 12 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

wadifa-info.com
نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

L'énoncé de cette épreuve comporte 12 pages.
L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

Cette épreuve est constituée de quatre parties totalement indépendantes.

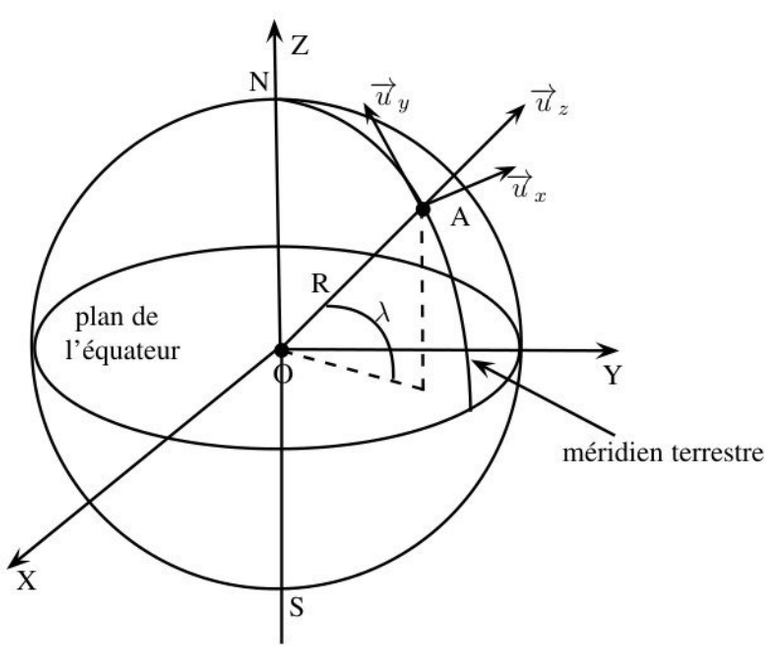
Dans le cas où un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale très lisiblement dans sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

1ère partie
Mécanique

Données :

- La Terre est assimilée à une boule homogène de centre O et de rayon $R = 6,38.10^3\ km$.
- Constante universelle de la gravitation : $G = 6,67.10^{-11}\ u.S.I.$
- Masse de la Terre : $M_T = 5,98.10^{24}\ kg$
- Vitesse angulaire de rotation de la Terre autour de l'axe des pôles : $\omega = 7,29.10^{-5}\ rad.s^{-1}$

Le référentiel géocentrique $(\mathscr{R}_G)$ est supposé galiléen et on le munit du repère (OXYZ). Par rapport à celui-ci, le référentiel terrestre $(\mathscr{R}_T)$ est en rotation uniforme autour de l'axe des pôles SN , fixe dans $(\mathscr{R}_G)$, avec une vitesse angulaire ω. $(\mathscr{R}_T)$ est muni d'un repère (Axyz) où A est un point de la surface terrestre situé à la latitude λ (Figure ci-dessous). Ax est tangent au parallèle et dirigé vers l'Est, Ay est tangent au méridien et dirigé vers le Nord et Az est vertical et dirigé vers le haut. On désigne par $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ les trois vecteurs unitaires associés aux trois axes Ax, Ay et Az.



wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 2/14

Le vecteur rotation de $(\mathscr{R}_T)$ par rapport à $(\mathscr{R}_G)$ est $\overrightarrow{\omega} = \omega \overrightarrow{u}_Z$ et il sera supposé constant dans tout le problème.

Dans tout le problème, on étudie le mouvement d'un point matériel M de masse m dans le référentiel terrestre $(\mathscr{R}_T)$. Ce point est repéré par ses trois coordonnées cartésiennes (x, y, z) relativement au repère (Axyz). Le projeté de M sur l'axe de rotation SN sera noté H.

Le point M reste suffisamment proche de la surface terrestre pour que le champ de gravitation terrestre puisse s'écrire en première approximation $(OM \approx R)$:

$$\overrightarrow{\mathscr{G}_T} = -G\frac{M_T}{R^2}\overrightarrow{u}_z$$

que l'on notera $-g_0 \overrightarrow{u}_z$.

1.1. Champ de pesanteur terrestre

1.1.1. Lois de composition des vitesses et des accélérations

1.1.1.1. Montrer à l'aide des lois de composition des vitesses et des accélérations que :

$$\overrightarrow{v}(A/\mathscr{R}_G) = \overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{OA}; \quad \text{et} \quad \overrightarrow{a}(A/\mathscr{R}_G) = \overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{OA})$$

1.1.1.2. À partir de la relation générale donnant l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a}_e$ en un point mobile M , montrer que celle ci peut aussi se mettre sous la forme :

$$\overrightarrow{a}_e = \overrightarrow{\omega} \wedge (\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{OM})$$

1.1.1.3. Montrer alors que $\overrightarrow{a}_e$ peut aussi s'écrire :

$$\overrightarrow{a}_e = -\omega^2 \overrightarrow{HM}$$

où H est le projeté de M sur l'axe de rotation OZ.

1.1.2. Montrer que lorsque le point M est uniquement soumis à la force de gravitation, le principe fondamental de la dynamique s'écrit dans $(\mathscr{R}_T)$:

$$m\overrightarrow{a}(M/\mathscr{R}_T) = m\overrightarrow{g} - 2m\overrightarrow{\omega} \wedge \overrightarrow{v}(M/\mathscr{R}_T)$$

où $\overrightarrow{g}$ est un vecteur que l'on explicitera en fonction de $g_0 \overrightarrow{u}_z$, ω et $\overrightarrow{HM}$.

Dans la suite, on ne considérera que des points très proches de la surface terrestre, de sorte à pouvoir confondre les vecteurs $\overrightarrow{HM}$ et $\overrightarrow{HA}$. La grandeur $\overrightarrow{g}$ représente l'accélération de la pesanteur mesurée dans le référentiel terrestre, au voisinage du point A.

1.1.3. Étude du champ de pesanteur

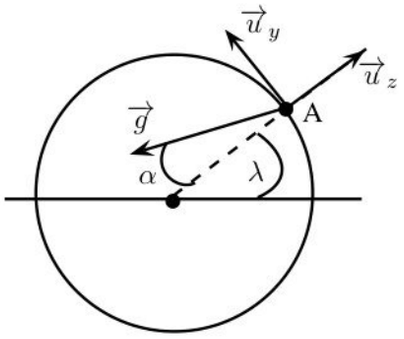
1.1.3.1. Expliciter les composantes de $\overrightarrow{g}$ dans la base $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$ en fonction de g_0, ω, λ et R(figure ci-dessous).

1.1.3.2. Soit α l'angle entre $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{g}$. Déterminer $\tan\alpha$ en fonction de g_0, ω, λ et R. Application numérique : calculer α à la latitude $\lambda = 45°\ nord$.

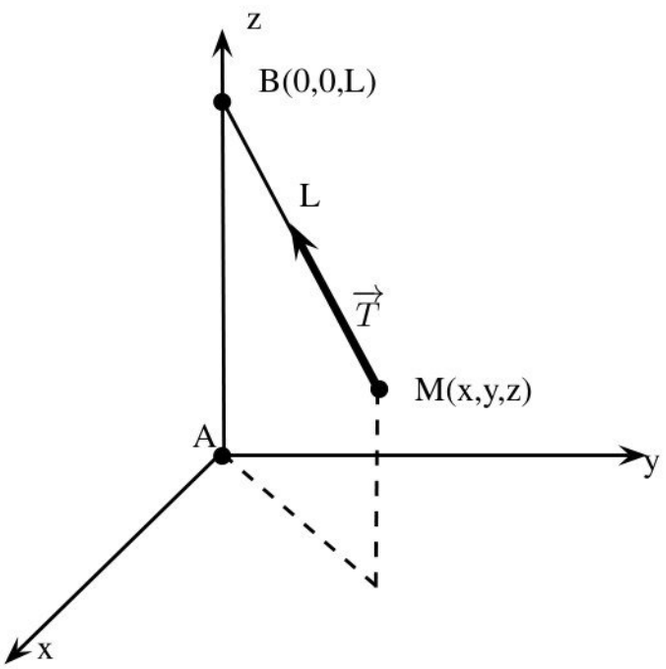
1.1.4. Donner l'expression de $\Delta g = g_{\text{pôle}} - g_{\text{équateur}}$, différence des normes de l'accélération de la pesanteur au pôle et à l'équateur. Calculer la valeur numérique de Δg. En réalité, on mesure $\Delta g = 52.10^{-3}\ m.s^{-2}$; proposer une raison pour expliquer l'écart trouvé.

Compte tenu des valeurs numériques calculées, on admettra par la suite que les composantes de $\overrightarrow{g}$ dans la base $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}_y, \overrightarrow{u}_z)$ sont $(0, 0, -g)$ avec $g = 9,8\ m.s^{-2}$.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 3/14



1.2. Pendule de Foucault



Le pendule de Foucault est un pendule simple constitué d'un fil inextensible de longueur L suspendu à un point B de sorte que $\overrightarrow{AB} = L\,\vec{u}_z$. À l'autre bout du fil, on attache un petit objet M de masse m (Figure ci-dessus).

1.2.1. Déterminer la tension $\vec{T}$ exercée par le fil sur M en fonction de sa norme T , du vecteur $\overrightarrow{MB}$ et de L.

1.2.2.

1.2.2.1. Établir les trois équations différentielles auxquelles obéissent les trois coordonnées cartésiennes (x, y, z) du point M dans le référentiel terrestre $(\mathscr{R}_T)$.

Dans la suite du problème, on étudie les petites oscillations au voisinage de A, ce qui suppose que $z \approx 0$, $\dot{z} \approx 0$ et $\ddot{z} \approx 0$. On supposera en outre que $|2\dot{x}\omega\cos\lambda| \ll g$.

1.2.2.2. Montrer que les équations différentielles vérifiées par x et y s'écrivent de façon approchée :

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\omega\dot{y}\sin(\lambda) + \dfrac{g}{L}x = 0 \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{x}\sin(\lambda) + \dfrac{g}{L}y = 0 \end{cases}$$

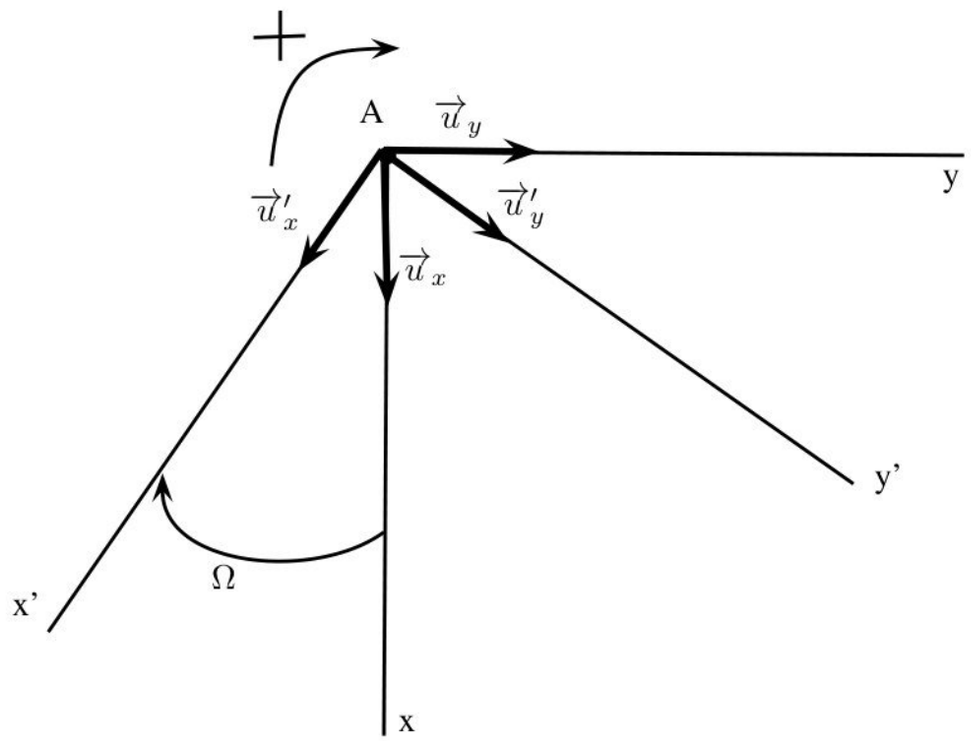
Dans la suite, on posera $\omega_0^2 = g/L$ et $\Omega = \omega\sin\lambda$.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 4/14

1.2.2.3. Calculer les valeurs numériques de ω_0 et Ω pour un pendule situé à la latitude $\lambda = 45°$ et avec L = 15 m.

1.2.3. Afin de résoudre ce système d'équations couplées, on définit la fonction complexe $u = x + iy$ (avec $i^2 = -1$). Déterminer l'équation différentielle du second ordre à laquelle obéit u. En déduire sa solution générale (on introduira deux constantes d'intégration sans chercher à les calculer pour le moment).

1.2.4. On désire obtenir les équations du mouvement dans le repère tournant $(Ax'y'z')$, d'axe Az' confondu avec Az et tournant autour de Az dans le sens des aiguilles d'une montre à la vitesse angulaire constante $\Omega = \omega \sin\lambda$. On suppose qu'à l'instant t = 0 les deux repères sont confondus, de sorte que l'angle $(\overrightarrow{u}_x, \overrightarrow{u}'_x) = \Omega t$ (Figure ci-dessous)



1.2.4.1. (x, y) étant les coordonnées du point M dans (Axyz) et (x', y') les coordonnées de ce même point dans le repère $(Ax'y'z')$, on pose $u' = x' + iy'$. Montrer que :

$$u(t) = u'(t)\exp(-i\Omega t)$$

1.2.4.2. On suppose que la masse oscillante M est abandonnée sans vitesse initiale dans la position M_0 de coordonnées $(x_0 > 0, y_0 = 0)$. Montrer que :

$$x'(t) = a\cos(\omega_1 t); \quad \text{et} \quad y'(t) = b\sin(\omega_1 t)$$

en déterminant les constantes a, b et ω_1.

1.2.4.3. Quelle est la nature de la trajectoire dans le plan $(Ax'y')$? Calculer numériquement le rapport b/a ainsi que l'écart relatif $|\omega_1 - \omega_0|/\omega_0$ à la latitude $\lambda = 45°$ nord, avec L = 15 m. Que peut-on en conclure ?

1.2.5. Les équations précédentes peuvent s'interpréter comme décrivant un pendule oscillant avec une période T_0 dans un plan (P) qui tourne autour de l'axe Az avec une période T_R. Déterminer T_0 ainsi que la durée T_R d'une rotation complète de ce plan d'oscillations. Application numérique : calculer T_R en un lieu de latitude $\lambda = 45°$ nord avec L = 15 m .

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 5/14

1.3. Déviation vers l'Est

On étudie maintenant le mouvement du point M lorsqu'il tombe en chute libre, sans vitesse initiale, à partir du point $B(0, 0, L)$.

1.3.1. Déterminer en fonction de g, ω et λ les trois équations différentielles auxquelles obéissent les trois coordonnées cartésiennes (x, y, z) de M dans le repère (Axyz).
Comme ω est petite, il est possible d'étudier le phénomène "à l'ordre 1 en ω", c'est à dire en négligeant dans les équations tous les termes proportionnels à ω^2ou à des puissances supérieures à 2.

1.3.2. Résoudre dans cette approximation les équations différentielles obtenues à la question précédente en montrant que :

$$x(t) = at^3; \quad y(t) = 0; \quad z(t) = bt^2 + L$$

où a et b sont deux constantes à expliciter en fonction de g, ω et λ.

1.3.3. En déduire que dans l'hémisphère Nord la particule tombe sur le sol en étant déviée d'une quantité x_1 vers l'Est. Calculer sa valeur numérique lorsque L = 200 m et $\lambda = 45°$.

2ème partie
Thermodynamique

2.1. Fonctions d'état d'un système fermé

2.1.1. On rappelle les expressions des différentielles dU et dH des fonctions d'état énergie interne $U(T, V)$ et enthalpie $H(T, p)$ d'un système fermé :

$$DU = C_v dT + (\ell - p)dV; \quad dH = C_p dT + (k + V)dp$$

2.1.1.1. Définir les capacités thermiques à volume constant C_v et à pression constante C_p à partir des fonctions $U(T, V)$ et $H(T, p)$.

2.1.1.2. ́tablir les valeurs des coefficients calorimétriques ℓ et k pour un système dont l'énergie interne et l'enthalpie ne sont fonctions que de la température.

2.1.2. On définit les fonctions d'état énergie libre $F(T, V)$ et enthalpie libre $G(T, p)$ d'un système par les relations $F = U - TS$ et $G = H - TS$.

2.1.2.1. Exprimer les différentielles dF et dG d'un système fermé.

2.1.2.2. On désigne par S l'entropie du système. En utilisant les propriétés des différentielles dS , dF et dG établir les expressions suivantes des coefficients calorimétriques ℓ et k :

$$\ell = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V; \quad k = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

2.2. Détente de Joule et Gay Lussac d'un gaz réel

Dans un certain domaine de température et de pression, l'équation d ? état d'une mole de gaz réel s'écrit :

$$(p + a/TV^2)(V - b) = RT$$

dans laquelle a, b et R sont des constantes (R = constante des gaz parfaits).

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 6/14

2.2.1. Établir la relation :

$$\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V$$

2.2.2. Établir l'expression de la capacité thermique à volume constant $C_v(T,V)$ du gaz sachant qu'elle tend vers une valeur C_0, indépendante de T, lorsque V tend vers l'infini.

2.2.3. Établir l'expression de l'énergie interne U de ce gaz en fonction de T, de V et de constantes.

2.2.4. On fait subir à ce gaz une détente de Joule et Gay-Lussac qui fait passer son volume de V_1 à $V_2 = 2V_1$.

2.2.4.1. Préciser les conditions expérimentales qui permettent de réaliser cette détente. En déduire la variation d'énergie interne ΔU du fluide.

2.2.4.2. On note T_1 la température initiale du gaz et ΔT la variation de température qu'il subit au cours de cette détente.
Sachant que l'on peut considérer $\Delta T \ll T_1$, exprimer ΔT en fonction de T_1, V_1 et de constantes.

2.2.4.3. Que peut-on dire, a priori, de la variation d'entropie du gaz ? Justifier votre réponse.

2.2.4.4. Application numérique :
$a = 100\ SI$; $R = 8,31\ J.mol^{-1}.K^{-1}$; $T_1 = 300\ K$; $C_0 = 29,1\ J.mol^{-1}.K^{-1}$; $V_1 = 10\ L$.

2.2.4.4..1 Calculer ΔT.

2.2.4.4..2 Quelle valeur de ΔT aurait-on obtenu avec un gaz parfait ? Justifier votre réponse.

2.3. Détente de Joule Thomson (Joule Kelvin) d'un gaz réel

Aux faibles pressions, l'équation d'état du gaz réel défini ci-dessus peut se mettre sous la forme suivante :

$$pV = RT + B(T)p; \quad B(T) = b - a/RT^2$$

2.3.1. Compte-tenu d'une approximation que l'on peut faire aux basses pressions, montrer que l'enthalpie H du gaz peut s'écrire, en fonction des variables T et p :

$$H = (C_0 + R)T + (b - 3a/RT^2)p$$

2.3.2. Le gaz subit une détente de Joule Thomson au cours de laquelle il passe d'une zone où il se trouve à la température T_1 sous la pression p_1 dans une zone où la pression est $p_2 = p_1/2$.

2.3.2.1. Préciser la caractéristique énergétique de la détente de Joule Thomson.

2.3.2.2. Exprimer la variation de température ΔT du gaz dans le cadre des hypothèses ci-dessus en fonction de T_1, p_1 et de constantes. On considérera encore $\Delta T \ll T_1$.

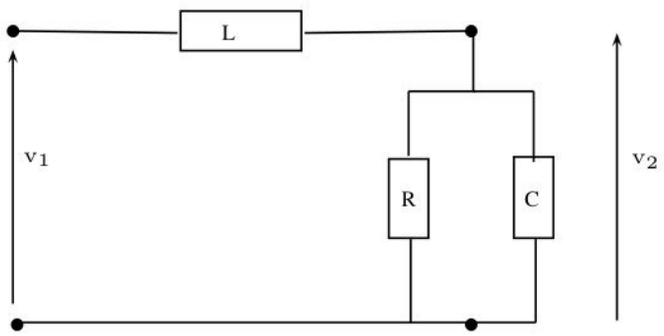
2.3.2.3. Application numérique :
$a = 100\ SI$; $R = 8,31\ J.mol^{-1}.K^{-1}$; $T_1 = 300\ K$; $C_0 = 29,1\ J.mol^{-1}.K^{-1}$; $b = 22,8.10^{-6}\ m^3.mol^{-1}$; $p_1 = 2\ bar$. Calculer ΔT.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 7/14

3ème partie
Électronique

3.1. Fonction de transfert d'un filtre

On établit à l'entrée du filtre de la figure ci-dessous une tension sinusoïdale $v_1(t)$ de pulsation ω. On adopte la notation complexe. On note : $\omega_0^2 LC = 1$ et $R = QL\omega_0$ où Q est le facteur de qualité du circuit.



3.1.1. Par une étude qualitative, prévoir la nature du filtre proposé.

3.1.2. Déterminer la fonction de transfert complexe de ce montage : $\underline{H} = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}}$ en fonction de Q et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

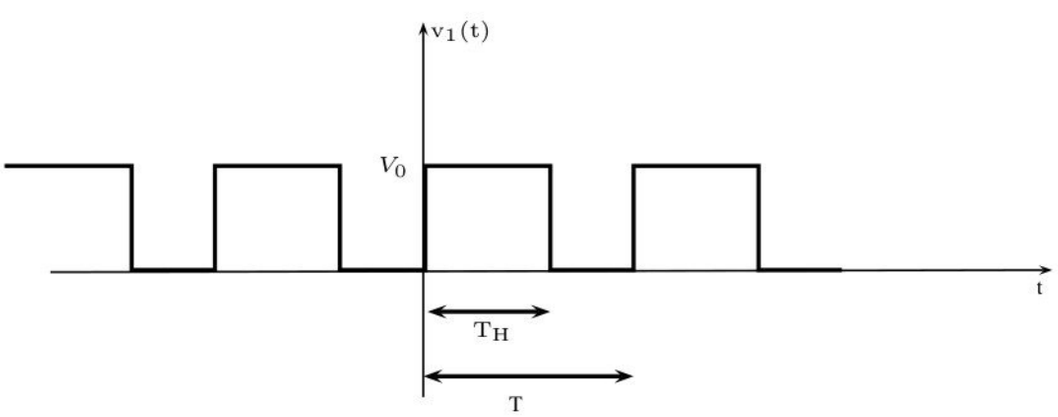
3.1.3. Que vaut le gain $G = |\underline{H}|$? Quelle inégalité doit vérifier Q pour que la courbe représentative de G en fonction de x présente un extremum ?

3.1.4. Quelle est alors la pulsation ω_r de l'extremum et la valeur de G_{max} '

3.1.5. Représenter les deux allures possibles de la courbe représentative de G en fonction de x en faisant clairement apparaître les points particuliers.

3.2. Excitation du filtre

On applique au filtre le signal rectangulaire périodique $v_1(t)$ de hauteur V_0 , de période T , représenté à la figure ci-dessous . On appelle $\alpha = \frac{T_H}{T}$ le rapport cyclique variable ($0 < \alpha < 1$) de la tension $v_1(t)$. On pose $\omega = \frac{2\pi}{T}$.



3.2.1. Quelle est la valeur moyenne $V_{1,moy}$ de $v_1(t)$ (en fonction de V_0 , α).

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 8/14

3.2.2. On décompose $v_1(t)$ en série de Fourier et l'on obtient :

$$v_1(t) = V_{1,moy} + \frac{V_0}{\pi}\left[\sum_{i=1}^{+\infty}\frac{\sin(2\pi n\alpha)}{n}\cos(n\omega t) + 2\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin^2(\pi n\alpha)}{n}\sin(n\omega t)\right]$$

3.2.2.1. la pulsation ω_{fond} du fondamental (harmonique 1) en fonction de ω.

3.2.2.2. En utilisant la formule donnée à la fin de l'exercice, montrer que l'amplitude $V_{fond} = C_1$ du fondamental de $v_1(t)$ s'exprime par :

$$V_{fond} = \frac{2V_0}{\pi}\sin(\pi\alpha)$$

3.2.2.3. la pulsation ω_{harm} de l'harmonique suivant (harmonique 2) (on suppose $\alpha \neq 1/2$)

3.2.2.4. l'amplitude V_{harm} de l'harmonique 2. On admet que le signal rectangulaire $v_1(t)$ est correctement représenté par la superposition de sa composante continue $V_{1,moy}$, de son terme fondamental d'amplitude V_{fond} et de l'harmonique suivant d'amplitude V_{harm}.

3.2.3. Calculer la valeur moyenne $V_{2,moy}$ du signal $v_2(t)$ à la sortie du filtre.

3.2.4. Application numérique : Le signal rectangulaire a une fréquence f de 5 kHz , une amplitude $V_0 = 15\ V$, un rapport cyclique $\alpha = 1/3$. On a $R = 100\ \Omega$, $C = 10,0\ \mu F$, L=200 mH . Calculer f_0 (fréquence correspondant à la pulsation ω_0), Q , $V_{2,moy}$.

3.2.5. Montrer que :

$$G(f = 5\ kHz) \approx \frac{f_0^2}{f^2}$$

3.2.6. En déduire les amplitudes des deux harmoniques considérés, en sortie de filtre V_{sfond} et V_{sharm}. Application numérique.

3.2.7. Pour obtenir un ordre de grandeur convenable de l'amplitude $V_{2,alt}$ de la composante alternative de $v_2(t)$ en sortie du filtre, on décide de ne considérer que le fondamental.

3.2.7.1. Comparer les amplitudes des deux harmoniques en sortie et commenter.

3.2.7.2. Donner la valeur de $V_{2,alt}$

3.2.7.3. On désigne par ΔV_2 l'amplitude crête à crête de l'ondulation résiduelle en sortie. Déterminer littéralement en fonction de α, f_0, f le taux d'ondulation : $\frac{\Delta V_2/2}{V_{2,moy}}$. Application numérique. Donnée :

La décomposition d'une fonction périodique v (t) (période T avec $\omega = 2\pi/T$) en série de Fourier peut s'écrire aussi :

$$v(t) = V_{moy} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n\cos(n\omega t - \varphi_n)$$

où C_n est l'amplitude de l'harmonique n.

4ème partie

Mécanique quantique

L'effet Casimir se manifeste sous la forme d'une force attractive très faible entre deux plaques métalliques extrêmement proches situées dans une cavité vide résonnante (boîte métallique hermétiquement fermée) en absence de champ électromagnétique.

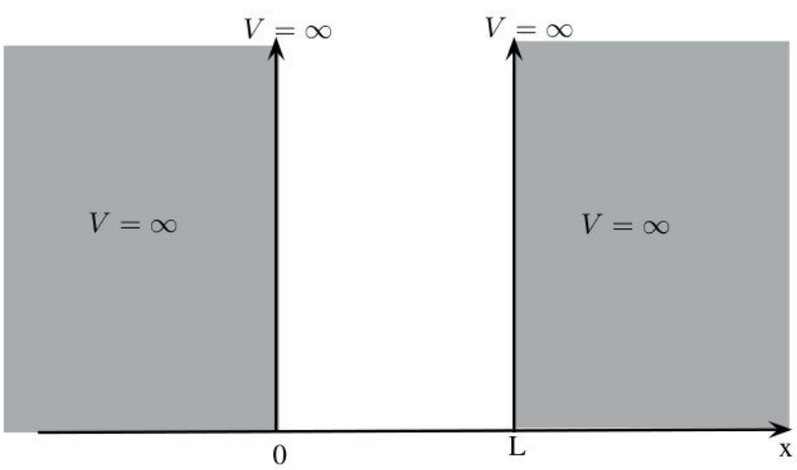
wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 9/14

L'effet Casimir montre qu'avec du vide, il est possible de générer du mouvement. En cela il constitue une violation majeure du principe classique de conservation de l'énergie et permet de mesurer combien la physique quantique peut être déroutante !
Cette partie tente de comprendre l'origine physique de cet effet.

4.1. Particule dans un puits de potentiel infini

On considère deux plaques métalliques parallèles infinies distantes de L, placées aux abscisses x = 0 et x = L d'un axe Ox, perpendiculaire aux plaques. Une particule non relativiste de masse m est piégée entre ces deux plaques. La particule est dans un état stationnaire d'énergie E, ce qui permet d'exprimer la fonction d'onde $\Psi(x,t)$ sous la forme $\Psi(x,t) = \varphi(x)f(t)$ où $\varphi(x)$ et $f(t)$ sont des fonction a priori complexes. Le problème est donc à une seule dimension spatiale.
On rappelle l'expression générale de l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + V(M,t)\Psi(M,t)$$



4.1.1. Justifier que le potentiel V(M,t) ne peut prendre que deux valeurs, dont l'une est nulle.

4.1.2.

4.1.2.1. Établir que la partie temporelle de la fonction d'onde s'écrit $f(t) = \exp(-iEt/\hbar)$ à condition de lui imposer d'être de module unité.

4.1.2.2. Cette condition affecte-elle la condition de normalisation de la fonction $\Psi(M,t)$

4.1.2.3. La forme de la fonction f(t) est-elle cohérente avec l'équation de Planck Einstein ?

4.1.3.

4.1.3.1. Établir l'équation vérifiée par la partie spatiale $\varphi(x)$ de la fonction d'onde.

4.1.3.2. Résoudre cette équation et montrer que la présence des plaques entraîne une quantification de l'énergie. On introduira un entier non nul n pour exprimer les énergies E_n possibles de la particule.

4.1.4. Retrouver l'ordre de grandeur de l'énergie minimale à partir de l'inégalité d'Heisenberg spatiale.

4.1.5. Expliciter la partie spatiale $\varphi(x)$ de la fonction d'onde pour l'état fondamental.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 10/14

4.2. Mise en évidence d'une force exercée par la particule

4.2.1. La plaque en x = 0 reste fixe, tandis que la plaque en x = L peut se déplacer. La particule exerce sur cette dernière une force $\overrightarrow{F} = F\overrightarrow{e}_x$. Représenter sur un même schéma la fonction $\varphi(x)$ avant et après le déplacement de la plaque d'une valeur dL , avec $dL \ll L$.

4.2.2. En effectuant un bilan énergétique à la particule lorsque la plaque mobile se déplace de l'abscisse x = L à l'abscisse x = L + dL , exprimer F en fonction de $\hbar$, m et L. La présence de la particule entraîne-elle une attraction ou une répulsion mutuelle des plaques ’

4.2.3. On veut retrouver l'expression de F en ordre de grandeur à l'aide d'une description corpusculaire de la particule et de l'inégalité d'Heisenberg spatiale, en considérant que la particule effectue des allers retours entre les deux plaques.

4.2.3.1. Exprimer les quantités de mouvement de la particule $\overrightarrow{p}^i$ et $\overrightarrow{p}^f$, et de la plaque $\overrightarrow{P}^i_{pl}$ respectivement avant et après le choc de la particule sur la plaque située en x = L .

4.2.3.2. En utilisera la conservation de la quantité de mouvement du système isolé plaque-particule au cours du choc, déterminer la variation de quantité de mouvement de la plaque

$$\Delta\overrightarrow{P}_{pl} = \overrightarrow{P}^f_{pl} - \overrightarrow{P}^i_{pl}$$

4.2.3.3. En déduire que l'expression de la force moyenne subie par la plaque au cours du temps est :

$$\overrightarrow{F} = \frac{mv^2}{L}\overrightarrow{e}_x$$

4.2.3.4. En utilisant l'inégalité d'Heisenberg spatiale, montrer qu'à un préfacteur de l'ordre de 1/40, on retrouve l'expression précédente.

4.2.4. Les plaques ont une surface S et on compte n_s particules identiques par unité de surface présentes entre elles. A température suffisamment faible, les particules sont toutes dans leur état fondamental.

4.2.4.1. Exprimer la pression II subie par les plaques de la part du gaz de particules.

4.2.4.2. Comparer la dépendance de II par rapport à L au cas d'un gaz parfait classique à la température T.

4.3. Champ électromagnétique entre les plaques

On considère maintenant qu'il n'y a plus de particules massiques entre les plaques, mais qu'il peut y régner un champ électromagnétique. On se place d'abord en électromagnétisme classique.

4.3.1. En admettant la continuité du champ électrique à l'interface métal / vide, en déduire la valeur du champ électrique sur les plaques en métal parfait.

4.3.2. On considère une onde électromagnétique plane harmonique se propageant entre les deux plaques perpendiculairement à elles. Montrer que seuls certains modes notés ω_n peuvent exister. On explicitera ω_n.

4.3.3. Une quantification des modes possibles existe-elle à l'extérieur des plaques ’ Pourquoi peut-on dire que le nombre de modes accessibles en dehors des plaques est supérieur à celui entre les deux plaques ?

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 11/14

4.4. L'oscillateur harmonique quantique

On considère un oscillateur harmonique unidimensionnel de masse m, de pulsation propre ω_0, soumis à une énergie potentielle V(x). Les oscillations s'effectuent autour du point x = 0

4.4.1. Établir l'expression du potentiel V(x) , et justifier rapidement que la position moyenne $\langle x \rangle$ et la quantité de mouvement moyenne $\langle p_x \rangle$ sont nulles.

4.4.2. Établir que la valeur moyenne de l'énergie de cet oscillateur est bornée inférieurement :

$$\langle E \rangle \geq \frac{\hbar^2}{8m(\Delta x)^2} + \frac{m\omega_0^2}{2}(\Delta x)^2$$

où δx est l'indétermination quantique sur la position x de l'oscillateur.

4.4.3. Déterminer la valeur minimale que peut prendre $\langle E \rangle$ en fonction de $\hbar$ et ω_0.

4.5. Électrodynamique quantique

Par analogie avec un système oscillant mécanique, on va admettre que les niveaux d'énergie d'un mode n sont quantifiés par la formule $E_{n,m} = (m + 1/2)\hbar\omega_n$, où m est le nombre de photons, chacun d'énergie $\hbar\omega_n$, présent dans le mode considéré, avec ω_n la pulsation calculé précédemment.

4.5.1. Cette relation est-elle cohérente avec l'étude mécanique précédente ' Pourquoi peut-on parler d'énergie du vide ' On donnera l'expression de cette énergie du vide en fonction de n, $\hbar$, c et L.

4.5.2.

4.5.2.1. En reprenant la même démarche que dans la première partie, établir que pour chaque mode n la plaque située en x = L est soumise à la force :

$$\overrightarrow{F}_{n,m} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{n\hbar\pi c}{2L^2} \overrightarrow{e}_x$$

4.5.2.2. Montrer que la contribution d'un photon sur l'expression de la force peut être déterminée par un raisonnement corpusculaire.

4.6. Force de Casimir

4.6.1. Déduire de ce qui précède qu'en l'absence de photon ; la plaque en x = L est quand même soumise à une force dont on donnera l'expression. Quelle action cette force exerce-elle sur la plaque ?

Un calcul complexe auquel vous échapperez permet d'obtenir la résultante des forces subies par la plaque en x = L compte tenu de l'ensemble des ondes électromagnétiques, se propageant dans une direction quelconque (et pas seulement perpendiculairement aux plaques) ainsi que les ondes existantes à l'extérieur des plaques (pour $x < 0$ et $x > L$). En l'absence de photon, la force subie par la plaque en x = L est appelée force de Casimir, et notée $\overrightarrow{F}_{cas} = -\xi \frac{\hbar c}{L} S \overrightarrow{e}_x$ avec $\xi = \frac{\pi^2}{240}$.

4.6.2. En raisonnant sur les modes accessibles entre les plaques et à l'extérieur des plaques, justifier qualitativement le sens de la force de Casimir.

4.6.3. Montrer que la pression de Casimir P_{Cas} peut se retrouver, à un coefficient multiplicatif près, par analyse dimensionnelle, en fonction de L, c et $\hbar$.

4.6.4.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 12/14

4.6.4.1. Pour quelle distance L de séparation entre les plaques cette pression est-elle du même ordre de grandeur que la pression atmosphérique ?

4.6.4.2. La majorité des vidéoprojecteurs numériques utilisent des composants à micromiroirs (digital micromirror device) constitués de plaques carrées de $10\ \mu m$ de coté séparées de $1\mu m$. Comparer la force de Casimir au poids des plaques dans le cas où elles sont en silicium, (de masse volumique de $2,3\ g.cm^{-3}$) et d'épaisseur de $0,2\ \mu m$.

4.6.5. En réalité, aucun métal n'est parfaitement réfléchissant à toutes les longueurs d ? onde. Comment cela corrige-t-il la force de Casimir ?

4.6.6. A l'échelle microscopique, toutes les surfaces présente des irrégularités. On les représente par un profil $\Delta z(x,t)$ à deux dimensions avec $\int \Delta z(x,t)dxdy = 0$ et $\frac{1}{S}\int \Delta z^2(x,t)dxdy = A^2$, A étant appelée la rugosité de la surface, que l'on suppose identique pour les deux plaques.

4.6.6.1. Traduire concrètement ces deux expressions

4.6.6.2. En sommant les forces de Casimir sur des surfaces élémentaires, montrer que l'on obtient une correction de la force au second ordre en A/L .

4.6.6.3. Quelle rugosité maximale peut-on tolérer pour un miroir optique utilisé en laboratoire ?

4.6.6.4. On veut mesurer la force de Casimir avec une précision de 1%, pour des distances L de l'ordre du micron. Quelle est alors la rugosité maximale admissible ?

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/4222 - Wadifa Info - page 13/14

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج مسلك تكوين أطر الإدارة التربوية - اختبار في علوم التربية - دورة 2025

Modèle : Concours d'accès à la filière de formation des cadres de l'administration pédagogique - épreuve de sciences de

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1329

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me