

ROYAUME DU MAROC



Ministère de l'Éducation Nationale
et de la Formation Professionnelle

Concours d'Entrée en Première Année du Cycle de Préparation
À l'Agrégation de Sciences Physiques
Option : Physique
Session : Juillet- 2014

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Durée : 4 heures

Cette épreuve comporte 13 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *autorisé*

L'énoncé de cette épreuve comporte 13 pages. Il est rédigé sous forme d'un questionnaire à choix multiples (QCM) et constitué de huit parties totalement indépendantes.
L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

1^{ère} partie

Étude d'un mouvement relatif

Au référentiel terrestre, on associe le repère d'espace $R_T(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, où $\vec{u}_z$ est dirigé selon la verticale ascendante. Le champ de pesanteur uniforme vaut $\vec{g} = -g\vec{u}_z$.

Un mobile, assimilé à un point matériel M de masse m , est astreint à se déplacer sur un support solide (C) , circulaire, de centre A , de rayon a . L'axe de symétrie de (C) passant par les deux points O et A , est immobile et un dispositif moteur impose à (C) , par rapport au référentiel terrestre, une rotation uniforme autour de l'axe fixe $(O, \vec{u}_z)$ à la vitesse angulaire ω .

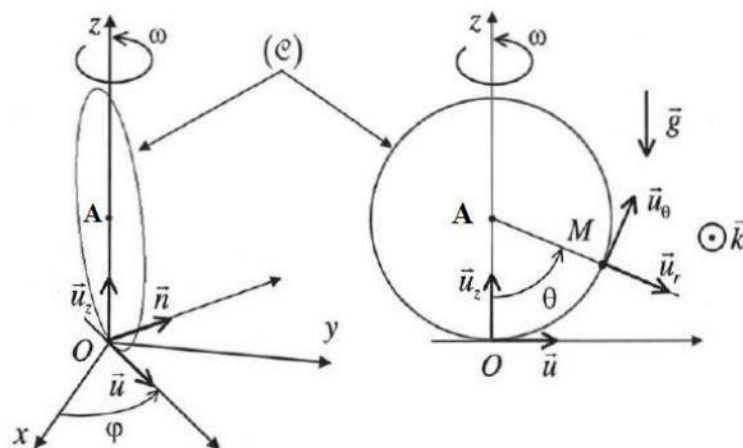


Figure 1:

La position de (C) coïncide avec le plan $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$. Elle est repérée par l'angle $\varphi = \omega t$.

Pour positionner le point M sur (C) , on utilise le repère $(A, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$, où θ est orienté par $\vec{k}$ et représente l'angle $(\vec{AO}, \vec{AM})$.

1.1. Le référentiel lié à (C) noté R_C est-il Galiléen ?

- ☐ Oui, car la rotation est uniforme.
☐ Non, car il est en rotation.
- ☐ Oui, car l'axe (O, A) est fixe.
☐ Non, car il n'est pas en translation rectiligne et uniforme.

1.2. Donner le vecteur rotation de R_C par rapport à R_T

- ☐ $-\omega\vec{u}_z$
☐ $\dot{\theta}\vec{k}$
☐ $\dot{\varphi}\vec{u}_z$
☐ $-\dot{\theta}\vec{k}$

1.3. La liaison entre M et (C) est bilatérale et idéale alors

☐ $\vec{R} = R_r \vec{u}_r + R_\theta \vec{u}_\theta$

☐ $\vec{R} = R_r \vec{u}_r$

☐ $\vec{R} = R_r \vec{u}_r + R_k \vec{k}$

☐ $\vec{R} = R_\theta \vec{u}_\theta + R_k \vec{k}$

1.4. Déterminer l'accélération d'entraînement

☐ $\vec{a}_{ie} = -a\dot{\theta}^2 \sin \theta \vec{u}_r$

☐ $\vec{a}_{ie} = a\dot{\theta}^2 \sin \theta \vec{u}$

☐ $\vec{a}_{ie} = -a\omega^2 \cos \varphi \vec{k}$

☐ $\vec{a}_{ie} = -a\omega^2 \sin \theta \vec{u}$

1.5. Déterminer l'accélération de Coriolis

☐ $\vec{a}_{iC} = -2a\omega\dot{\theta} \cos \theta \vec{k}$

☐ $\vec{a}_{iC} = -2a\dot{\theta}^2 \cos \theta \vec{k}$

☐ $\vec{a}_{iC} = a\omega\dot{\theta} \sin \theta \vec{u}$

☐ $\vec{a}_{iC} = -2a\omega^2 \sin \theta \vec{u}$

1.6. Déterminer l'équation du mouvement

☐ $\ddot{\theta} = -\frac{g}{a} \sin \theta + \omega^2 \sin \theta \cos \theta$

☐ $\ddot{\theta} = \frac{g}{a} \sin \theta + \omega^2 \sin \theta \cos \theta$

☐ $\ddot{\theta} = -\frac{g}{a} \cos \theta - \omega^2 \sin \theta \cos \theta$

☐ $\ddot{\theta} = -\frac{g}{a} \sin \theta - \omega^2 \sin \theta \cos \theta$

1.7. Que représente $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{a}}$?

☐ la pulsation propre

☐ la pulsation des petites oscillations

☐ la pulsation des petites oscillations quand le moteur ne tourne plus

☐ la pulsation des oscillations autour de $\theta = 0$

A l'instant $t = 0$, on note $\theta(0) = \theta_0$ et $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0$.

1.8. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à M, dans le référentiel R_C .

☐ $\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_0^2 + \frac{2g}{a}(\cos \theta - \cos \theta_0) + \omega^2(\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0)$

☐ $\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_0^2 - \frac{2g}{a}(\cos \theta - \cos \theta_0) + \omega^2(\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0)$

☐ $\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_0^2 - \frac{2g}{a}(\sin \theta - \sin \theta_0) - \omega^2(\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0)$

☐ $\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_0^2 + \frac{2g}{a}(\cos \theta - \cos \theta_0) - \omega^2(\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0)$

1.9. Déterminer la (ou les) position(s) d'équilibre θ_e .

☐ $\theta_e = 0, \arccos \frac{g}{a\omega^2}$

☐ $\theta_e = 0, \pm \arccos \frac{2g}{a\omega^2}$

☐ $\theta_e = 0, \pi, \pm \arccos \frac{g}{a\omega^2}$

☐ $\theta_e = \arccos \frac{2g}{a\omega^2}$

1.10. Si le paramètre $\beta = \omega_0^2/\omega^2 < 1$, alors la stabilité des positions d'équilibre sera

☐ 0 stable, $\arccos \frac{g}{a\omega^2}$ n'existe pas

☐ 0 instable, $\pm \arccos \frac{2g}{a\omega^2}$ stables

☐ 0 et π instables, $\pm \arccos \frac{g}{a\omega^2}$ stables.

☐ $\arccos \frac{2g}{a\omega^2}$ stable.

1.11. La période T des petites oscillations autour de la position d'équilibre stable sera

☐ $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

☐ $T = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{1-\beta^2}}$

☐ $T = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\beta^2}}$

☐ $T = \frac{2\pi}{\omega}$

2^{ème} partie

Étude du mouvement d'une moto

Ce problème étudie les performances en accélération d'une moto se déplaçant en ligne droite. On considère le référentiel terrestre $R_t(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ galiléen. On considère que la moto (figure 2) est composée de 3 systèmes notés (S_1) , (S_2) , (S) .

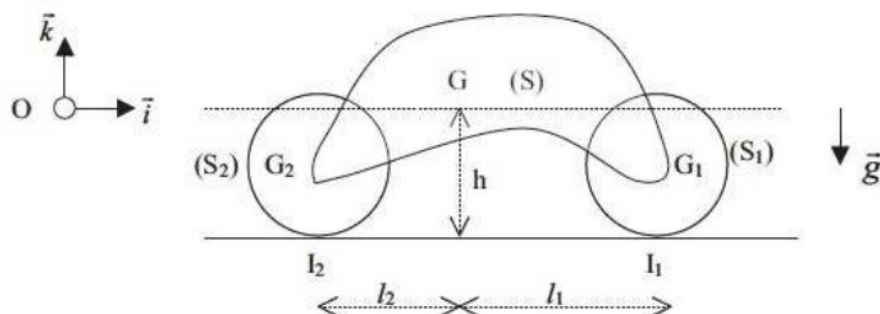


Figure 2:

On appelle R^* le référentiel du centre de masse de la moto. Le système (S_1) , masse m_1 , centre d'inertie G_1 , rayon a , est la roue avant de la moto. On note J_1 son moment d'inertie par rapport à l'axe G_{1y} . Le système (S_2) , masse m_2 , rayon a , centre d'inertie G_2 est la roue arrière de la moto. On note J_2 son moment d'inertie par rapport à l'axe G_{2y} . Cette roue est motrice et donc soumise pendant la phase d'accélération à un couple de forces dont le moment résultant en G_2 est assimilable à $\vec{\Gamma} = \Gamma \vec{j}$ avec $\Gamma > 0$.

On considère que la résultante des actions de contact du sol sur (S_1) est représentée par :

$$\vec{F}_1 = T_1 \vec{i} + N_1 \vec{k}$$

s'exerçant en I_1 . On appelle R_1^* le référentiel du centre de masse de (S_1) . (S_1) est animé dans R_1^* d'un mouvement de rotation autour de G_{1y} à la vitesse angulaire ω .

On considère que la résultante des actions de contact du sol sur (S_2) est représentée par :

$$\vec{F}_2 = T_2 \vec{i} + N_2 \vec{k}$$

s'exerçant en I_2 . On appelle R_2^* le référentiel du centre de masse de (S_2) . (S_2) est animé dans R_2^* d'un mouvement de rotation autour de G_{2y} à la vitesse angulaire ω .

Le système (S) , masse M , est constitué du reste de la moto. Le centre d'inertie G de l'ensemble de la moto se trouve à une hauteur h du sol, une distance ℓ_1 de G_1 et une distance ℓ_2 de G_2 suivant l'axe Ox . Le coefficient de frottement de glissement, noté f , entre une roue et le sol est identique pour les deux roues. On considère que les forces de frottement de l'air sur la moto sont équivalentes à une force unique appliquée en G : $\vec{F} = -k \vec{v}_G$ avec $k = 3,0 \text{ N.s/m}$. On note :

$$\vec{OG} = x(t) \vec{i}$$

Données numériques : $\ell_1 = 0,8 \text{ m}$; $\ell_2 = 0,6 \text{ m}$; $h = 0,8 \text{ m}$; $a = 0,3 \text{ m}$; $M = 137 \text{ kg}$ et $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$.

2.1. Le théorème du centre d'inertie dans R_t pour la moto donne :

$$\bigcirc (M + m_1 + m_2) \ddot{x}(t) = N_1 - N_2 - k \dot{x}(t) \text{ et } 0 = T_1 + T_2 - (M + m_1 + m_2)g$$

- ☐ $(M + m_1 + m_2)\ddot{x}(t) = N_1 + N_2 - k\dot{x}(t)$ et $0 = T_1 + T_2 - (M + m_1 + m_2)g$
☐ $(M + m_1 + m_2)\ddot{x}(t) = T_1 - T_2 + \Gamma - k\dot{x}(t)$ et $0 = N_1 + N_2 + (M + m_1 + m_2)g$
☐ $(M + m_1 + m_2)\ddot{x}(t) = T_1 + T_2 - k\dot{x}(t)$ et $0 = N_1 + N_2 - (M + m_1 + m_2)g$

2.2. Écrire le théorème du moment cinétique en G pour la moto dans R^* .

- ☐ $(J_1 + J_2)\dot{\omega} = \ell_2 N_2 - \ell_1 N_1 - h(T_1 + T_2)$ ☐ $(J_1 + J_2)\frac{\omega^2}{2} = \ell_2 T_2 - \ell_1 T_1 - h(N_1 + N_2)$
☐ $(J_1 + J_2)\ddot{\omega} = \ell_2 N_2 - \ell_1 N_1 - hT_1 + hT_2$ ☐ $(J_1 + J_2)\dot{\omega} = \ell_2 T_2 - \ell_1 T_1 - hN_1 + hN_2$

2.3.

2.3.1. Écrire le théorème du moment cinétique en G_1 pour le système (S_1) dans R_1^* .

- ☐ $J_1\ddot{\omega} = -aT_1 + \Gamma$ ☐ $J_1\dot{\omega} = aT_1$
☐ $J_1\dot{\omega} = -aT_1$ ☐ $J_1\dot{\omega} = aT_1 + \Gamma$

2.3.2. Écrire, de même le théorème du moment cinétique en G_2 pour le système (S_2) , dans R_2^* .

- ☐ $J_2\ddot{\omega} = aT_2$ ☐ $J_2\dot{\omega} = aT_2 + \Gamma$
☐ $J_2\dot{\omega} = -aT_2 + \Gamma$ ☐ $J_2\dot{\omega} = -aT_2$

2.4.

2.4.1. Écrire la relation de non glissement des roues liant la vitesse linéaire $v(t)$ de la moto et la vitesse angulaire ω des roues.

- ☐ $v(t) = a\omega$ ☐ $v(t) = -a\omega$
☐ $v(t) = \frac{\omega}{a}$ ☐ $v(t) = -\frac{\omega}{a}$

2.4.2. Donner alors l'équation différentielle du mouvement relative à $x(t)$.

- ☐ $(M + m_1 + m_2)\ddot{x}(t) = -k\dot{x}(t)$ ☐ $(M + m_1 + m_2 + \frac{J_1 + J_2}{a^2})\ddot{x}(t) = -k\dot{x}(t) + a\Gamma$
☐ $(M + m_1 + m_2 + \frac{J_1 + J_2}{a^2})\ddot{x}(t) = -k\dot{x}(t) + \frac{\Gamma}{a}$ ☐ $(M + 2m_1 + 2m_2)\ddot{x}(t) = -k\dot{x}(t) + \frac{\Gamma}{a}$

On ne fait aucune supposition sur la nature du mouvement des roues dans les questions suivantes et on considère pour la suite du problème que la masse de (S_1) et celle de (S_2) sont très petites devant celle de (S) , ce qui revient à poser $m_1 = m_2 = 0$ et $J_1 = J_2 = 0$

2.5.

2.5.1. Donner alors l'expression de N_1 et N_2 .

- ☐ $N_1 = \frac{Mg}{2}$ ☐ $N_2 = \frac{Mg}{2}$
☐ $N_1 = \ell_1 \frac{Mg}{h}$ ☐ $N_2 = \ell_2 \frac{Mg}{h}$
☐ $N_1 = \frac{Mg\ell_2 a - h\Gamma}{a(\ell_1 + \ell_2)}$ ☐ $N_2 = \frac{Mg\ell_1 a + h\Gamma}{a(\ell_1 + \ell_2)}$
☐ $N_1 = \frac{Mg\ell_2 a + h\Gamma}{a\ell_1}$ ☐ $N_2 = \frac{Mg\ell_1 a - h\Gamma}{a\ell_2}$

2.5.2. Pour $f = 0.7$ (pneus en bon état et route sèche), déterminer la valeur maximale de Γ , notée $\Gamma_{\max}$ qui assure un roulement sans glissement des roues de la moto.

- ☐ $\Gamma_{\max} = 40 \text{ N.m}$ ☐ $\Gamma_{\max} = 254 \text{ N.m}$
☐ $\Gamma_{\max} = 269 \text{ N.m}$ ☐ $\Gamma_{\max} = 66 \text{ N.m}$

2.5.3. Pour $\Gamma < \Gamma_{\max}$

- ☐ La roue avant peut décoller ☐ La roue arrière peut décoller

2.6. Le fonctionnement à la limite du roulement sans glissement n'étant jamais atteint en raison d'une puissance moteur insuffisante, on considère une valeur de Γ inférieure à $\Gamma_0 = 30 \text{ N.m}$

2.6.1. Donner l'expression de la vitesse limite, notée v_{lim} atteinte par la moto ainsi que sa valeur numérique pour $\Gamma = \Gamma_0$.

- ☐ $v_{\text{lim}} = \frac{\Gamma}{ak} = 120 \text{ km/h}$ ☐ $v_{\text{lim}} = \frac{a\Gamma}{k} = 11 \text{ km/h}$
☐ $v_{\text{lim}} = \frac{ak}{\Gamma} = 0.1 \text{ km/h}$ ☐ $v_{\text{lim}} = \frac{k}{a\Gamma} = 1.2 \text{ km/h}$

2.6.2. Intégrer l'équation du mouvement en $v(t)$ en fonction de v_{lim} , en considérant $v(0) = 0$.
On posera $\alpha = \frac{\Gamma}{aMv_{\text{lim}}}$.

- ☐ $v(t) = v_{\text{lim}}(1 + e^{-\alpha t})$ ☐ $v(t) = v_{\text{lim}}(1 - e^{-\alpha t})$
☐ $v(t) = v_{\text{lim}}e^{-\alpha t}$ ☐ $v(t) = v_{\text{lim}}e^{\alpha t}$

3^{ème} partie

Particule incidente sur une marche de potentiel

On considère une particule de masse m soumise à la marche de potentiel $V(x) = V_0 > 0$ si $x > 0$ et nul par ailleurs.

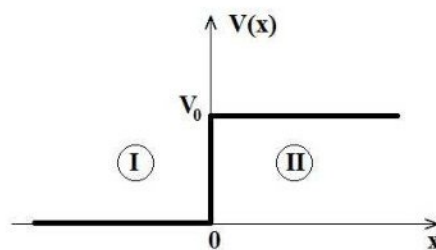


Figure 3:

On se donne un état stationnaire de cette particule d'énergie propre $E > V_0$ décrit par la fonction d'onde, $\varphi(x) = \langle x | \varphi \rangle$.

3.1. x et $P = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ étant les observables respectivement associées à la position et à l'impulsion de la particule.

3.1.1. Rappeler l'équation de Schrödinger dépendante du temps à une dimension cartésienne.

- ☐ $H\varphi(x) = E\varphi(x)$ ☐ $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + V \cdot \psi(x,t)$
☐ $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + V \cdot \psi(x,t)$ ☐ $i\hbar \frac{d|\psi\rangle}{dt} = H|\psi\rangle$
☐ $H = \frac{P^2}{2m} + V$

3.1.2. Dédurre l'équation de Schrödinger indépendante du temps

- ☐ $H\varphi(x) = E\varphi(x)$ ☐ $-\frac{\hbar^2}{2m} \ddot{\varphi} + V_0 \varphi = E\varphi(x)$
☐ $H = \frac{P^2}{2m} + V$ ☐ $-\frac{\hbar^2}{2m} \ddot{\varphi}(x) + V(x)\varphi(x) = E\varphi(x)$

3.2. La particule se déplaçant dans le sens de x croissant, résoudre cette équation dans chacune des régions de l'espace I et II respectivement définies par $x < 0$ et $x > 0$. On posera $\alpha = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ et

$$\beta = \sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}}$$

☐ $\varphi_I = Ae^{\alpha x} + Be^{\alpha x}$

☐ $\varphi_{II} = A'e^{\alpha x} + B'e^{\alpha x}$

☐ $\varphi_I = Ae^{i\beta x} + Be^{-i\beta x}$

☐ $\varphi_{II} = A'e^{i\beta x} + B'e^{-i\beta x}$

☐ $\varphi_I = Ae^{\beta x} + Be^{\beta x}$

☐ $\varphi_{II} = A'e^{\beta x} + B'e^{\beta x}$

☐ $\varphi_I = Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x}$

☐ $\varphi_{II} = A'e^{i\alpha x} + B'e^{-i\alpha x}$

3.3. En identifiant chacun des termes de la solution et en écrivant les conditions de raccordement au point de discontinuité du potentiel, évaluer les amplitudes des différentes ondes planes monochromatiques associées à la particule en fonction de l'amplitude de l'onde incidente.

☐ $\varphi_I = A[e^{\alpha x} + \frac{\beta-\alpha}{\alpha+\beta}e^{\alpha x}]$

☐ $\varphi_{II} = \frac{2A\alpha}{\alpha+\beta}e^{i\beta x}$

☐ $\varphi_I = A[e^{i\beta x} + \frac{\beta}{\alpha}e^{-i\beta x}]$

☐ $\varphi_{II} = \frac{2A\beta}{\alpha+\beta}e^{\beta x}$

☐ $\varphi_I = A[e^{\beta x} + \frac{\beta}{\alpha}e^{-\beta x}]$

☐ $\varphi_{II} = \frac{2A\alpha}{\alpha+\beta}e^{\beta x}$

☐ $\varphi_I = A[e^{i\alpha x} + \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}e^{-i\alpha x}]$

☐ $\varphi_{II} = Ae^{i\alpha x}$

3.4. Calculer les coefficients de réflexion R et de transmission T .

☐ $R = 0$

☐ $T = 1$

☐ $R = \frac{4\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}$

☐ $T = \frac{4\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}$

☐ $R = (\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta})^2$

☐ $T = (\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta})^2$

☐ $R = (\frac{\beta}{\alpha})^2$

☐ $T = 1 - (\frac{\beta}{\alpha})^2$

4^{ème} partie

Étude d'un compresseur à piston

Pour remplir une bouteille indéformable, de volume $V_b = 5 \text{ L}$, on utilise un compresseur constitué d'un cylindre, de deux soupapes S et S' et d'un piston, mobile sans frottement entre les positions extrêmes AA' et BB' .

Lors de l'aller, la soupape S est ouverte alors que S' est fermée ; on a alors admission de l'air atmosphérique dans le cylindre.

Lors du retour, l'air dans le cylindre est comprimé ; la soupape S est fermée alors que la soupape S' s'ouvre dès que la pression dans le cylindre devient supérieure à celle dans la bouteille P_b .

Quand le piston est en AA' , le volume limité par le piston et la section CC' est $V_m = 0.02 \text{ L}$; quand le piston est en BB' , ce volume est égal à $V_M = 2 \text{ L}$. Les transformations de l'air, considéré comme un gaz parfait, sont isothermes à la température $T_a = 293 \text{ K}$ et quasi-statiques.

On donne :

- la constante des gaz parfaits $R = 8.31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- la capacité calorifique molaire, à volume constant, de l'air $c_v = 20.8 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

4.1. Le compresseur est-il un système ?

☐ fermé

☐ isolé

☐ ouvert

☐ adiabatique

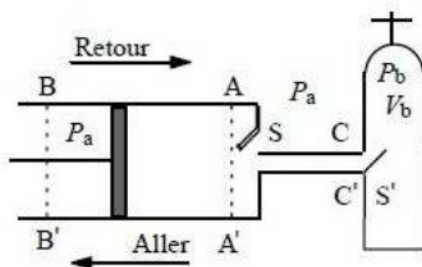


Figure 4:

L'état initial du système est le suivant :

- Pour la bouteille : pression $P_b = 1 \text{ bar}$.
- Pour le cylindre : pression $P_a = 1 \text{ bar}$, position du piston AA' .

Le piston fait un aller et un retour.

4.2. Déterminer la pression P_b à l'intérieur de la bouteille à la fin de cette transformation.

- ☐ $P_b = P_a \frac{V_M}{V_m}$
☐ $P_b = P_a \frac{V_M}{V_m + V_b}$
- ☐ $P_b = P_a \frac{V_M + V_b}{V_m + V_b}$
☐ $P_b = P_a \frac{V_b}{V_m + V_b}$

4.3. En déduire, la variation Δn du nombre de moles contenues dans la bouteille.

- ☐ $\Delta n = \frac{P_a V_b}{RT_a} \frac{V_M - V_m}{V_m + V_b}$
☐ $\Delta n = \frac{P_a V_b}{RT_a} \frac{V_M - V_m}{V_m}$
- ☐ $\Delta n = \frac{P_a (V_M - V_m)}{RT_a}$
☐ $\Delta n = \frac{P_a V_b}{RT_a} \frac{V_M}{V_m}$

4.4. Calculer le travail W_{op} fourni par un opérateur au piston pendant ce premier aller-retour.

- ☐ $P_a (V_M - V_m)$
☐ $P_a (V_M + V_b) \ln \frac{V_M + V_b}{V_m + V_b} - P_a (V_M - V_m)$
- ☐ $P_a (V_M + V_b) \ln \frac{V_M}{V_m}$
☐ $2P_a (V_M - V_b)$

4.5. Le compresseur ayant fonctionné, on considère qu'à un instant t donné, la soupape S est ouverte alors que la soupape S' est fermée ; l'état du système est alors le suivant :

- Bouteille : pression $P_b = 20 \text{ bar}$.
- Cylindre : pression $P_a = 1 \text{ bar}$, position du piston AA' .
- Le piston fait un aller-retour ; déterminer le volume d'air V' dans le cylindre lorsque la soupape S' s'ouvre.

- ☐ $V' = V_M \frac{P_b}{P_a}$
☐ $V' = V_M - V_m$
- ☐ $V' = V_M \frac{P_a}{P_b}$
☐ $V' = V_m \frac{P_a}{P_b}$

4.6. Puis la pression P'_b dans la bouteille à la fin de cette opération.

- ☐ $P'_b = P_b \frac{V_b}{V_m}$
☐ $P'_b = \frac{P_a V_M + P_b V_b}{V_b + V_m}$
- ☐ $P'_b = P_a \frac{V_M}{V_b + V_M}$
☐ $P'_b = P_b \frac{V_b}{V_b + V_m}$

- 4.7. En déduire, la variation ΔP de la pression à l'intérieur de la bouteille.
- ☐ $\Delta P = 0.32 \text{ bar}$ ☐ $\Delta P = 0.1 \text{ bar}$
- ☐ $\Delta P = 1 \text{ bar}$ ☐ $\Delta P = 15.2 \text{ bar}$
- 4.8. Déterminer la pression maximale P_M que l'on peut obtenir par ce procédé.
- ☐ $P_M = 21 \text{ bar}$ ☐ $P_M = 100 \text{ bar}$
- ☐ $P_M = 1020 \text{ bar}$ ☐ $P_M = 68.7 \text{ bar}$

5^{ème} partie

Résistance chauffante

Une boîte à parois isolantes est partagée en deux compartiments par un piston adiabatique, mobile sans frottement.

A l'état initial les deux compartiments sont remplis chacun par $n = 0.2 \text{ mole}$ d'un gaz parfait monoatomique. On a donc dans chaque compartiment un volume V_0 , à la température $T_0 = 300 \text{ K}$, sous la pression $P_0 = 1 \text{ bar}$.

Une résistance électrique $r = 1.87 \Omega$ parcourue par un courant $i = 2 \text{ A}$ chauffe le compartiment A pendant une durée $\Delta t = 200 \text{ s}$.

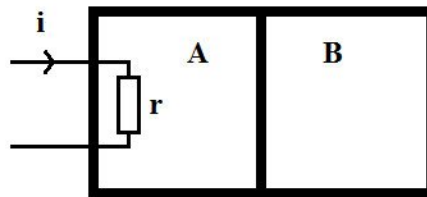


Figure 5:

- 5.1. Quelle quantité de chaleur Q fournie au compartiment A au bout de Δt .
- ☐ $Q = 1500 \text{ J}$ ☐ $Q = 500 \text{ J}$
- ☐ $Q = 430 \text{ J}$ ☐ $Q = 214 \text{ J}$
- 5.2. Exprimer la variation d'énergie interne totale ΔU_t de l'ensemble (A+B)
- ☐ $\Delta U_t = nc_v(T_A + T_B - 2T_0)$ ☐ $\Delta U_t = nc_v(T_B - T_A)$
- ☐ $\Delta U_t = -nc_v(T_A + T_B - T_0)$ ☐ $\Delta U_t = 2nc_v(T_A - T_0)$
- 5.3. Calculer la pression finale P
- ☐ $P = 1 \text{ bar}$ ☐ $P = 2 \text{ bar}$
- ☐ $P = 10 \text{ bar}$ ☐ $P = 5 \text{ bar}$
- 5.4. Le piston étant déplacé lentement, calculer T_B
- ☐ $T_B = 1030 \text{ K}$ ☐ $T_B = 600 \text{ K}$
- ☐ $T_B = 300 \text{ K}$ ☐ $T_B = 396 \text{ K}$
- 5.5. Puis calculer T_A

- ☐ $T_A = 1030 \text{ K}$
☐ $T_A = 600 \text{ K}$
☐ $T_A = 804 \text{ K}$
☐ $T_A = 696 \text{ K}$
- 5.6. Déduire V_A
- ☐ $V_A = 8.1 \text{ L}$
☐ $V_A = 3.3 \text{ L}$
☐ $V_A = 1.2 \text{ L}$
☐ $V_A = 6.7 \text{ L}$
- 5.7. Calculer la variation d'entropie ΔS_A du gaz A
- ☐ $\Delta S_A = nR \ln \frac{V_A}{V_0} - n \frac{R}{\gamma-1} \ln \frac{T_A}{T_0}$
☐ $\Delta S_A = nR \ln \frac{V_A}{V_0} + n \frac{R}{\gamma-1} \ln \frac{T_A}{T_0}$
☐ $\Delta S_A = -nR \ln \frac{V_A}{V_0} - n \frac{R}{\gamma-1} \ln \frac{T_A}{T_0}$
☐ $\Delta S_A = -nR \ln \frac{V_A}{V_0} + n \frac{R}{\gamma-1} \ln \frac{T_A}{T_0}$
- 5.8. A.N : en J.K^{-1}
- ☐ $\Delta S_A = 1.96$
☐ $\Delta S_A = 2.93$
☐ $\Delta S_A = -2.93$
☐ $\Delta S_A = 3.6$
- 5.9. Calculer le travail W_B qu'exerce le piston sur le gaz B.
- ☐ $W_B = P(V_B - V_0)$
☐ $W_B = nc_v(T_B - T_A)$
☐ $W_B = nc_v \ln \frac{T_B}{T_0}$
☐ $W_B = nc_v(T_B - T_0)$

6^{ème} partie

Étude d'un régime transitoire

L'interrupteur K étant ouvert, les intensités i_1 et i_2 sont nulles et le condensateur est déchargé.

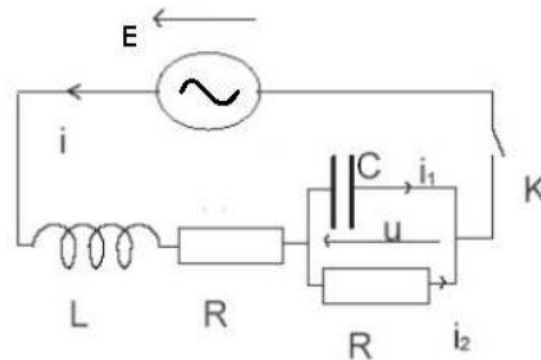


Figure 6:

On ferme l'interrupteur K. Déterminer, les valeurs de i_1 , i_2 , i et u :

- 6.1. Juste après la fermeture de K.
- ☐ $i_1(0^+) = 0$
☐ $i_2(0^+) = 0$
☐ $i_1(0^+) = -E/R$
☐ $i_2(0^+) = -E/R$
☐ $i_1(0^+) = E/2R$
☐ $i_2(0^+) = E/2R$
☐ $i_1(0^+) = E/R$
☐ $i_2(0^+) = E/R$

☐ $i(0^+) = 0$

☐ $u(0^+) = 0$

☐ $i(0^+) = -E/R$

☐ $u(0^+) = E/2$

☐ $i(0^+) = E/2R$

☐ $u(0^+) = E$

☐ $i(0^+) = E/R$

☐ $u(0^+) = -E$

6.2. Au bout d'un temps suffisamment long, le régime permanent étant établi.

☐ $i_1(+\infty) = 0$

☐ $i_2(+\infty) = 0$

☐ $i_1(+\infty) = -E/R$

☐ $i_2(+\infty) = -E/R$

☐ $i_1(+\infty) = E/2R$

☐ $i_2(+\infty) = E/2R$

☐ $i_1(+\infty) = E/R$

☐ $i_2(+\infty) = E/R$

☐ $i(+\infty) = 0$

☐ $u(+\infty) = 0$

☐ $i(+\infty) = -E/R$

☐ $u(+\infty) = E/2$

☐ $i(+\infty) = E/2R$

☐ $u(+\infty) = E$

☐ $i(+\infty) = E/R$

☐ $u(+\infty) = -E$

6.3. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ est de la forme :

☐ $\ddot{u}(t) + \frac{1}{RC}\dot{u}(t) + \frac{1}{LC}u(t) = \frac{2E}{LC}$

☐ $\ddot{u}(t) + (\frac{1}{RC} + \frac{R}{L})\dot{u}(t) + \frac{2}{LC}u(t) = \frac{E}{LC}$

☐ $\ddot{u}(t) + \frac{R}{L}\dot{u}(t) + \frac{2}{LC}u(t) = \frac{E}{LC}$

☐ $\ddot{u}(t) + (\frac{1}{RC} + \frac{R}{L})\dot{u}(t) + \frac{1}{LC}u(t) = \frac{2E}{LC}$

6.4. On prend $C = 900 \text{ nF}$, $R = 100 \Omega$, $L = 9 \text{ mH}$ et $E = 5 \text{ V}$, résoudre l'équation de $u(t)$ (t en ms et $u(t)$ en V)

☐ $u(t) = e^{-11.1t}(2.5 \cos(45.8t) + 0.61 \sin(45.8t))$

☐ $u(t) = 2.5 - e^{11.1t}(2.5 \cos(45.8t) + 0.61 \sin(45.8t))$

☐ $u(t) = 2.5 - 2.5e^{-11.1t} \cos(45.8t)$

☐ $u(t) = 2.5 - e^{-11.1t}(2.5 \cos(45.8t) + 0.61 \sin(45.8t))$

7^{ème} partie

Étude d'un régime sinusoïdal forcé

On considère le circuit de la figure alimenté par un générateur de tension supposé parfait délivrant une tension sinusoïdale basse fréquence :

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

7.1. Déterminer l'expression de la valeur efficace I_1 de l'intensité $i_1(t) = I_1\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi_1)$, ainsi que le déphasage φ_1 de $i_1(t)$ par rapport à $u(t)$.

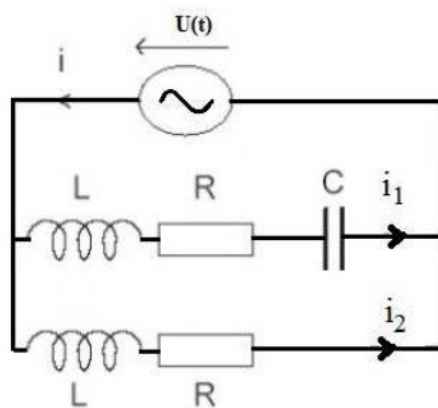


Figure 7:

- ☐ $I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$
☐ $\varphi_1 = \arctan \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$
- ☐ $I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$
☐ $\varphi_1 = \arctan \frac{L\omega}{R}$
- ☐ $I_1 = \frac{U\sqrt{2}}{R}$
☐ $\varphi_1 = 0$
- ☐ $I_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$
☐ $\varphi_1 = -\arctan \frac{\frac{1}{C\omega}}{R}$

7.2. Déterminer de même la valeur efficace I_2 de l'intensité $i_2(t) = I_2\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi_2)$, ainsi que le déphasage φ_2 de $i_2(t)$ par rapport à $u(t)$.

- ☐ $I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$
☐ $\varphi_2 = \arctan \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$
- ☐ $I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$
☐ $\varphi_2 = \arctan \frac{L\omega}{R}$
- ☐ $I_2 = \frac{U\sqrt{2}}{R}$
☐ $\varphi_2 = 0$
- ☐ $I_2 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$
☐ $\varphi_2 = -\arctan \frac{\frac{1}{C\omega}}{R}$

7.3. Quelle condition doivent satisfaire L , C et ω pour que les déphasages φ_1 et φ_2 soient opposés $\varphi_1 = -\varphi_2$?

- ☐ $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = L\omega$
☐ $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = -L\omega$
- ☐ $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = -\frac{1}{C\omega}$
☐ $(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = \frac{1}{C\omega}$

7.4. Quelles conditions doivent satisfaire R , L , C et ω pour que le déphasage de $i_1(t)$ par rapport à $i_2(t)$ soit égal à $\frac{\pi}{2}$?

- ☐ $(L\omega - \frac{1}{C\omega})\frac{1}{C\omega} = -R^2$
☐ $(L\omega - \frac{1}{C\omega})L\omega = -R^2$
- ☐ $L\omega - \frac{1}{C\omega} = R$
☐ $LC\omega^2 = 1$

7.5. Les conditions établies en 3. et 4. sont remplies simultanément. Déterminer I_1 et I_2 .

- ☐ $I_1 = \frac{U}{2R}$

☐ $I_1 = \frac{U}{R}$

☐ $I_1 = \frac{\sqrt{2}U}{R}$

☐ $I_1 = \frac{U}{\sqrt{2}R}$

☐ $I_2 = \frac{U}{2R}$

☐ $I_2 = \frac{U}{R}$

☐ $I_2 = \frac{\sqrt{2}U}{R}$

☐ $I_2 = \frac{U}{\sqrt{2}R}$

7.6. Calculer I_1 , L et C . Pour cela, on prendra $U = 2\text{ V}$, $R = 20\Omega$, $f = \frac{\omega}{2\pi} = 10\text{ kHz}$.

- ☐ $I_1 = 0.07\text{ A}$

☐ $I_1 = 0.1\text{ A}$

☐ $I_1 = 0.2\text{ A}$

☐ $I_1 = 0.05\text{ A}$

☐ $C = 39.8\text{ nF}$

☐ $C = 398\text{ pF}$

☐ $L = 0.32\text{ mH}$

☐ $L = 3.2\text{ mH}$

☐ $L = 32\text{ mH}$

☐ $L = 32\text{ H}$

☐ $C = 398\text{ nF}$

☐ $C = 3.98\text{ nF}$

8^{ème} partie
Étude d'un filtre en T ponté

Soit le circuit de la figure, constitué de deux résistances $R = 1\text{ k}\Omega$ et deux condensateurs $C = 100\text{ nF}$.

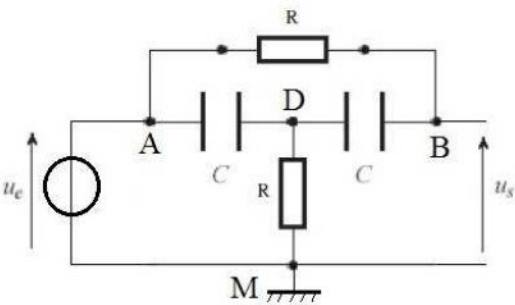


Figure 8:

La source de tension sinusoïdale délivre une tension $e(t) = E \cos(\omega t)$.

- 8.1. Déterminer par une analyse asymptotique la nature du filtre.
- ☐ passe-bas

☐ passe-bande
- ☐ passe-haut

☐ coupe-bande
- 8.2. Appliquer le théorème de Millman au point D.
- ☐ $u_D = \frac{jRC\omega(u_s - u_e)}{1 + jRC\omega}$

☐ $u_D = \frac{jRC\omega u_s + u_e}{1 + 2jRC\omega}$
- ☐ $u_D = \frac{jRC\omega(u_s + u_e)}{1 + j2RC\omega}$

☐ $u_D = \frac{u_s + u_e}{2}$
- 8.3. Appliquer le théorème de Millman au point B

☐ $\underline{u}_s = \frac{jRC\omega \underline{u}_D + \underline{u}_e}{1+jRC\omega}$

☐ $\underline{u}_s = \frac{jRC\omega \underline{u}_D + \underline{u}_e}{1+2jRC\omega}$

☐ $\underline{u}_s = \frac{jRC\omega \underline{u}_e + \underline{u}_D}{1+jRC\omega}$

☐ $\underline{u}_s = \frac{\underline{u}_D + \underline{u}_e}{2}$

8.4. En déduire la fonction de transfert harmonique du filtre $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$. On posera $x = RC\omega$.

☐ $\underline{H} = \frac{1}{1+jx}$

☐ $\underline{H} = \frac{1}{1+j(x-\frac{1}{x})}$

☐ $\underline{H} = \frac{1}{1+\frac{jx}{(1+jx)^2}}$

☐ $\underline{H} = \frac{1}{(1+jx)^2}$

8.5. Quel est l'ordre de ce filtre ?

☐ premier ordre

☐ second ordre

8.6. Vu de la sortie, entre les points B et M, le circuit est équivalent à un générateur de Thevenin d'impédance équivalente Z_{th}

☐ $\frac{1}{Z_{th}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2Z_C}$

☐ $\frac{1}{Z_{th}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{2R}$

☐ $\frac{1}{Z_{th}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Z_C + \frac{RZ_C}{R+Z_C}}$

☐ $\frac{1}{Z_{th}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{R + \frac{RZ_C}{R+Z_C}}$

Fin