

Concours d'accès à l'ENCGC «S5» / 2015-2016

Épreuve de: Mathématiques et Statistiques

Professeur: I. Elhattab

(Durée: 60 min)

Les réponses aux questions devront être portées sur votre copie de composition en recopiant la grille distribuée en complément du sujet.
L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.
Il ne sera admis qu'une seule réponse par question.

1. La médiane de la série statistique {2; 14; 11; 25; 33; 16; 10; 2; 3} est:
A. 33. B. 2. C. 12.88. D. 11. E. Autre réponse.

2. La variance de la série statistique {1; 4; 7; 5; 3; 2; 1; 2; 4} est (le résultat arrondi à deux chiffres après la virgule):
A. 4.34. B. 3.51. C. 0.77. D. 5.23. E. Autre réponse.

3. On considère un échantillon de taille 5 d'un couple de variables statistiques (X; Y): {(5;6), (4;5), (6;7), (4;5), (6;7)}.
L'équation de la droite de régression de Y en X est donnée par (les résultats seront arrondis à deux chiffres après la virgule):
A. $y = 0,5 - 1,4x$. B. $y = 2,39 + 0,7x$. C. $y = 1 + x$. D. $y = 2 - x$. E. Autre réponse.

4. Une enquête réalisée auprès des femmes d'une ville comporte les deux questions suivantes:

1. Combien avez-vous eu d'enfants jusqu'à ce jour?
2. Combien de frères et sœurs (vivant ou décédés) avez-vous?

Soit X le nombre d'enfants et Y le nombre de frères et sœurs. En ne considérant que les 80 femmes âgées de plus de 40 ans et ayant au moins un enfant, on construit le tableau de contingence suivant:

X \ Y	Y				
	0	1	2	3	4
1	4	4	2	0	0
2	9	16	4	0	0
3	4	12	9	2	0
4	1	6	1	1	2
5	0	1	0	1	1

La moyenne conditionnelle de X sachant qu Y = 3 est:

- A. 5. B. 3.75. C. 2.25. D. 4.5. E. Autre réponse.

5. On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. On a M^2 égale à:

- A. $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 4 & 16 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. B. $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 4 & -16 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 10 & 16 & 4 \\ 3 & 0 & 6 \end{pmatrix}$. D. $\frac{2}{3} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. E. Autre réponse.

6. La matrice inverse de $M = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ est:

- A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 6 & -7 & 12 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$. B. $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$. C. $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$. D. $\frac{2}{3} \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$. E. Autre réponse.

7. Le système d'équations linéaires défini par $\begin{cases} x - 2y - 3z - 2t = 1 \\ 3x - 2y - t = 0 \\ 2y + 2z + t = 1 \\ y + 2z + t = 1 \end{cases}$, a pour seule solution:

- A. (3; 0; 0; 1). B. (0; -2; 1; 0). C. (13; 3; 2; 5). D. (-5; 0; 8; -15). E. Autre réponse.

8. On rappelle que pour tout entier n non nul: $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

La somme $\sum_{k=21}^{57} k^2$ est égale à:

- A. 36365. B. 60495. C. 93365. D. +∞. E. Autre réponse.

9. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie, pour tout entier n, par: $u_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k}$ converge vers:

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. +∞. E. Autre réponse.

10. On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1} + x$. La limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ est:

- A. -∞. B. -2. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$. E. Autre réponse.

11. Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 2x$. La dérivée de f est:

- A. $\frac{(e^x - e^{-x})^2}{(e^x + e^{-x})^2}$. B. $\frac{1 + \ln(x)}{(1 - \ln(x))^2}$. C. $\frac{2x^2}{1 - x^2}$. D. $\frac{2x}{(1 - x)^2}$. E. Autre réponse.

12. Soit f la fonction définie par $f(x) = (2 - x^2)e^{-x}$. Une primitive de f est:

- A. $(2x - x^3)e^{-x}$. B. $(-2x + x^3)e^{-x}$. C. $(2x - x^2)e^{-x}$. D. $(1 - x)e^{-x}$. E. Autre réponse.

13. L'intégrale $\int_1^e x \ln(x^2) dx$ est égale à:

- A. $\frac{e^2 - 1}{2}$. B. $2e - 1$. C. $\frac{3e^2}{4} - \frac{1}{2}$. D. $-\frac{e^3}{2}$. E. Autre réponse.

14. Soit f une fonction de deux variables définie par $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 2x - 2y$. La fonction f admet un maximum en:

- A. $(-\frac{1}{3}; 3)$. B. $(\sqrt{2}; 3)$. C. $(-2; 2)$. D. (0; 0). E. Autre réponse.