

Q/W
Rédigez sur la même copie les deux parties suivantes :

Partie 1 : Mathématiques

On considère le problème d'optimisation suivant :

$$(P) \quad \begin{cases} \text{Optimiser } f(x, y) = x^2 + 3y^2 \\ \text{sous la contrainte } g(x, y) = 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

On souhaite résoudre ce problème sur $\mathbb{R}^2$:

1. En utilisant la méthode de substitution, déterminer les extremums éventuels de f liés par la fonction $g(x, y) = 0$.
2. Retrouver ces extremums en utilisant la méthode de Lagrange.

Partie 2 : Statistiques

Répondez aux questions suivantes en justifiant vos réponses :

1. L'étude d'un caractère quantitatif X fournit les résultats suivants :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 = 1985 \quad \text{et} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = 42$$

Calculer l'écart-type de X .

2. Pour une variable statistique continue et positive, si la médiane est très peu différente de la médiale, alors l'indice de Gini s'approche de 0 ou de 1 ?
3. Pour une série chronologique, les moyennes mobiles permettent-elles d'éliminer la composante cyclique ?

Soient X et Y deux variables statistiques et r le coefficient de corrélation linéaire :

4. Quel est le signe du coefficient r si les deux droites d'ajustement $D_1(X)$ et $D_1(Y)$ ont leur coefficient directeur négatif ?
5. Si on a $r^2 = 1$ et $y = 5x + 1$ pour équation de la droite d'ajustement $D_1(X)$. Donner l'équation de la droite d'ajustement $D_1(Y)$.