

Exercice (Noté 4/20) :

Veillez répondre sur le document réponse DR1 :

Notation : Le torseur cinématique d'une liaison mécanique normalisée entre deux solides S_j et S_i , exprimé au point O et dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est donné par la forme canonique suivante :

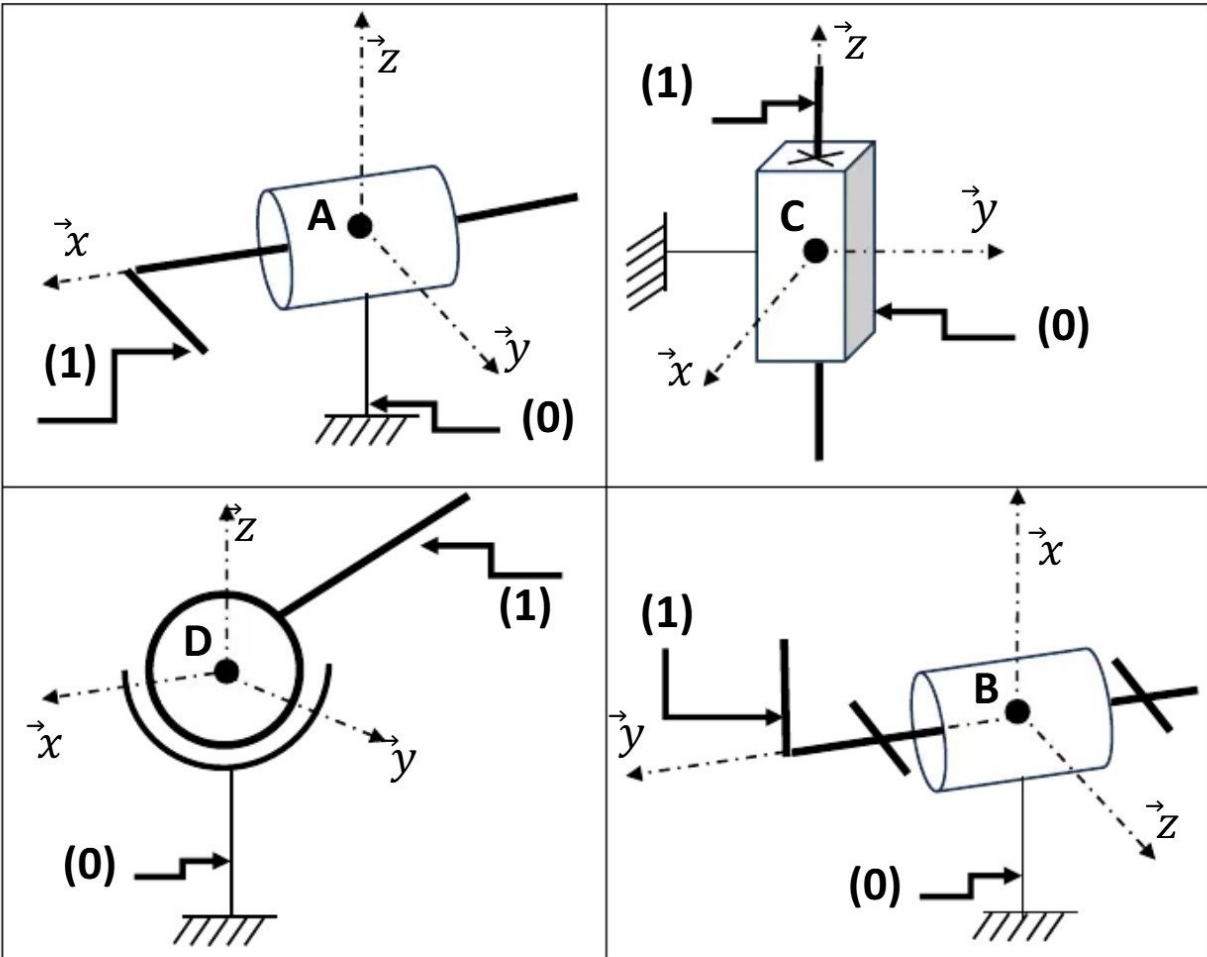
$$\{v(S_j/S_i)\} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix}_{(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Avec :

- ω_x, ω_y et ω_z , sont les composantes du vecteur vitesse de rotation du mouvement (S_j/S_i) autour des directions $\vec{x}, \vec{y}$ et $\vec{z}$ respectivement ;
- v_x, v_y et v_z , sont les composantes du vecteur vitesse du point O dans le mouvement (S_j/S_i) suivant les directions $\vec{x}, \vec{y}$ et $\vec{z}$ respectivement.

Question 1 : (sur DR1)

Pour les liaisons mécaniques proposées dans le tableau suivant, Donner le nom, la caractéristique géométrique et le torseur cinématique de ces liaisons.



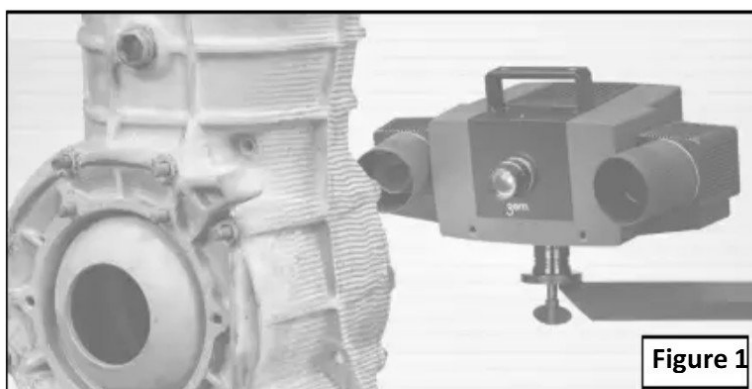
Fin de l'exercice

Système de numérisation tridimensionnelle

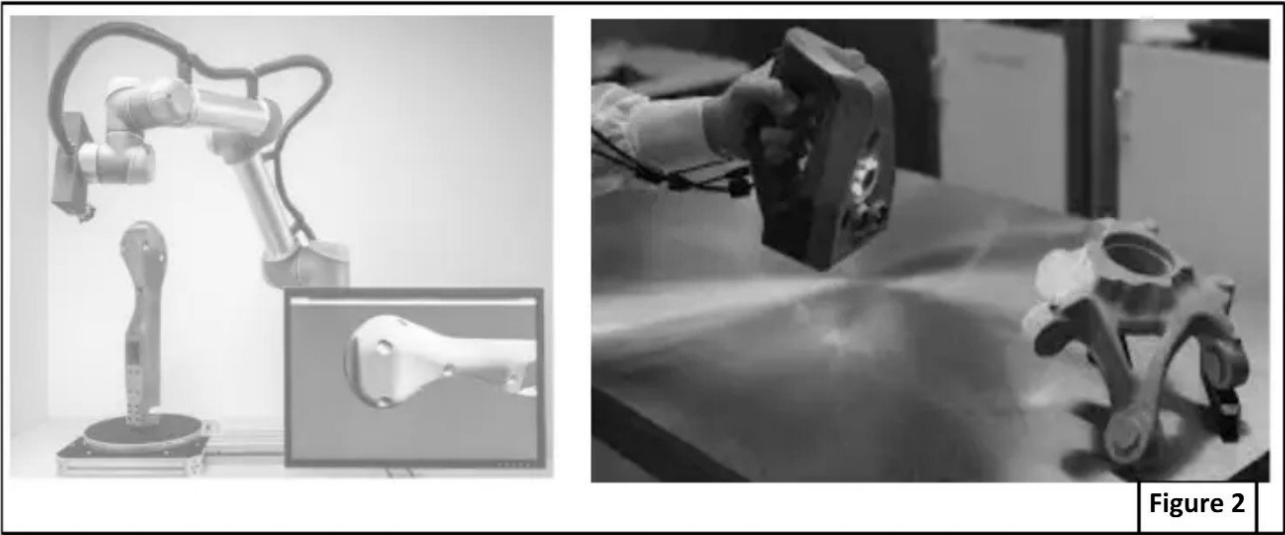
Problème :

Présentation du système :

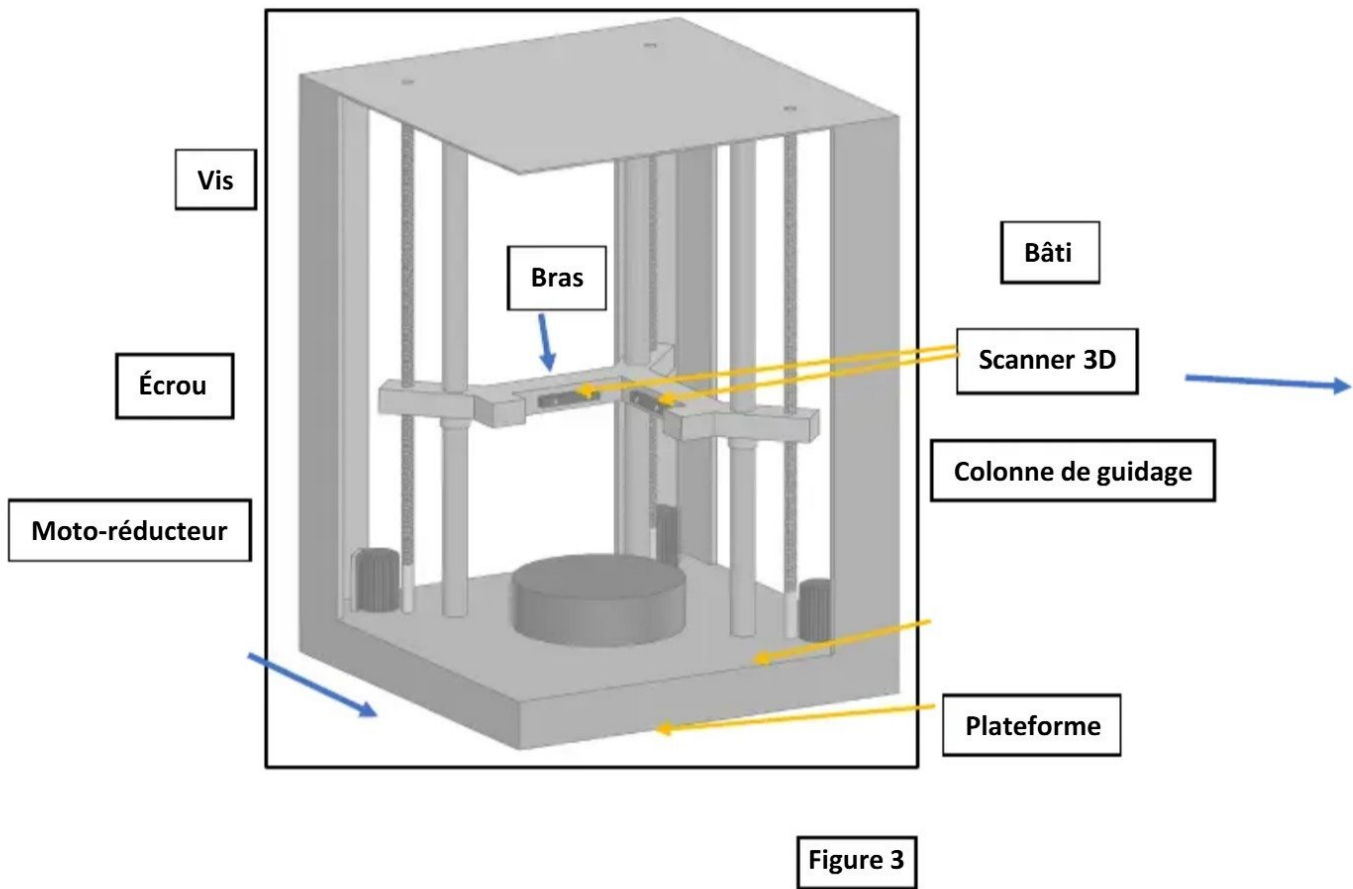
Les scanners 3D (**figure 1**) sont des appareils innovants qui ont transformé la manière dont nous capturons et traitons les informations tridimensionnelles dans le domaine de l'industrie, offrant ainsi des avantages significatifs en termes de précision, d'efficacité et de rentabilité. En effet, Ces scanners utilisent une technologie de pointe pour numériser rapidement et avec précision les objets et les environnements. Ces systèmes permettent d'obtenir des images 3D des pièces qui possèdent des formes géométriques difficile à reproduire rapidement par les logiciels de CAO.

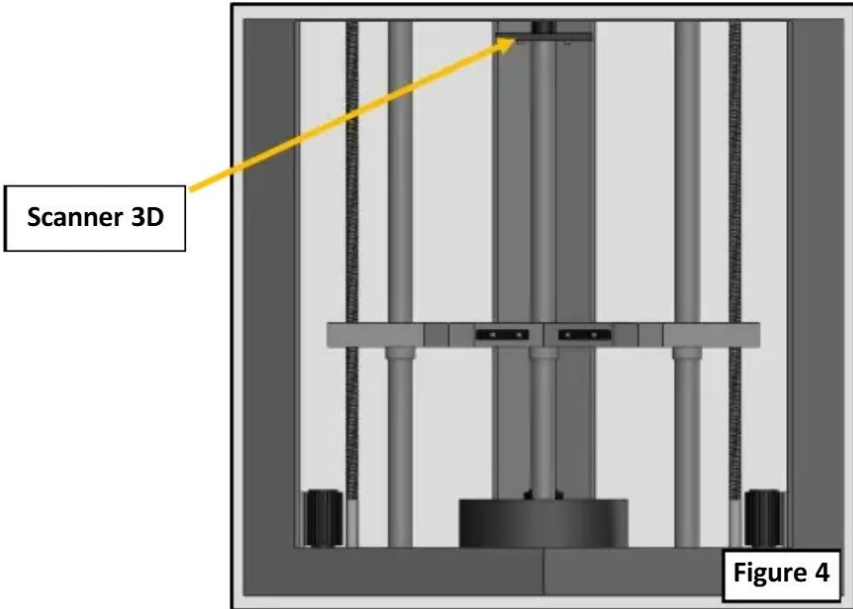


Ces systèmes sont équipés d'un scanner laser qui permet de mesurer rapidement un nuage de point ce capteur permet d'obtenir un scan numérique précis de toutes tailles, selon le manipulateur qui le supporte. Ils peuvent être montés sur des manipulateurs à 6 degrés de liberté, des structures cartésiennes, des robots delta, et peuvent également être utilisés manuellement pour numériser des pièces de petite taille (**figure 2**).



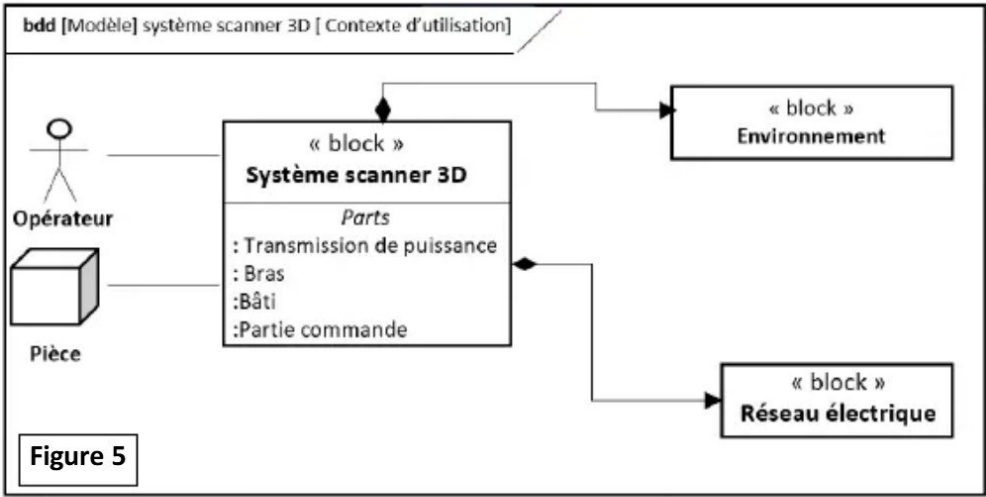
L'étude porte sur un mécanisme de guidage pour les scanners 3D (**figure 3**) utilisés pour capturer des images tridimensionnelles de grandes pièces. Le mécanisme utilisé pour cette tâche est un bras équipé de deux scanners 3D orthogonaux, guidé en translation vertical par rapport au bâti du mécanisme afin de couvrir toute la longueur de la pièce lors de l'acquisition. Un troisième scanner 3D fixé sur la partie supérieure du bâti pour capturer l'image de la partie supérieure de la pièce (**figure 4**).





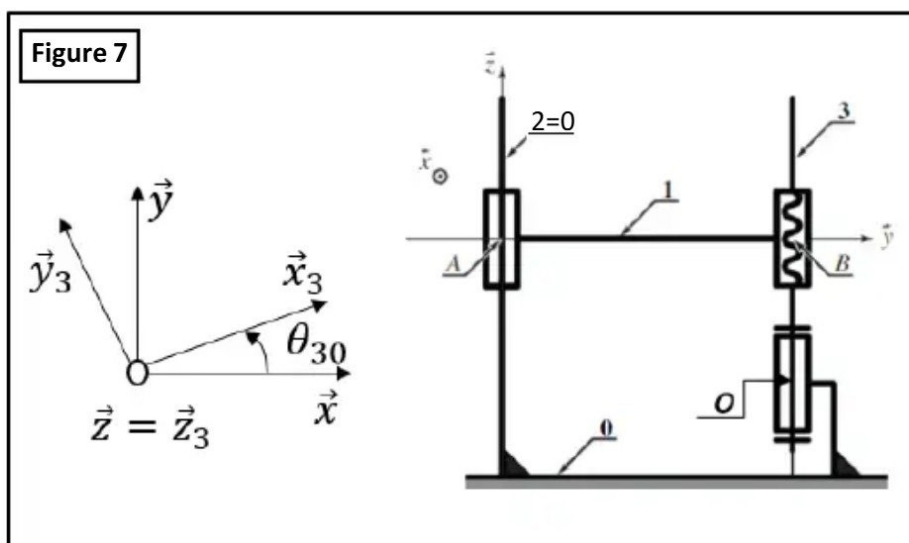
Un logiciel dédié à ces scanners permet de collecter les informations provenant des capteurs laser et de construire, à la fin de scan, une image tridimensionnelle de la pièce.

Afin de présenter les caractéristiques principales du système, un diagramme de contexte est donné sur la **figure 5**, ainsi qu’un diagramme partiel des exigences fonctionnelles en annexe (Annexe 1). Les principaux éléments du système sont représentés sur le diagramme de définition des blocs figurant sur la **figure 6**.



- Le bras mobile 1.
- La colonne de guidage 2 solidaire au bâti 0.

On adopte le paramétrage suivant : $\vec{OB} = z(t) \cdot \vec{z}$, $\vec{AB} = e \cdot \vec{y}$ et $\theta_{30} = (\vec{x} \vec{x}_3) = (\vec{y} \vec{y}_3)$.



Travail demandé :

Question 3 : Réaliser le graphe des liaisons avec leurs caractéristiques (centres, axes, ...) du mécanisme représenté sur la **figure 7**.

Question 4 : Déterminer les torseurs cinématiques des liaisons mécaniques du mécanisme $L_{3/0}$, $L_{1/0}$ et $L_{1/3}$, exprimer chaque torseur au centre de la liaison.

Question 5 : Donner la relation qui lie les paramètres cinématique de la liaison $L_{1/3}$.

N.B : $(\omega_{13} < 0)$.

Question 6 : sachant que $\vec{\Omega}(1/0) = \vec{0}$, déterminer la relation entre $\vec{\Omega}(1/3)$ et $\vec{\Omega}(3/0)$.

Question 7 : Par dérivation, calculer $\vec{V}(B \in 1/0)$.

Question 8 : Par composition des vecteurs vitesses : $\vec{V}(B \in 1/0)$, $\vec{V}(B \in 1/3)$ et $\vec{V}(B \in 3/0)$, déterminer une relation entre : ω_{30} et $\dot{z}(t)$.

Partie B : Dimensionnement des actionneurs :

Pour simplifier l'architecture interne, la **figure 8** représente le modèle cinématique d'une seule chaîne de transmission. On adopte aussi les données et paramétrages suivants :

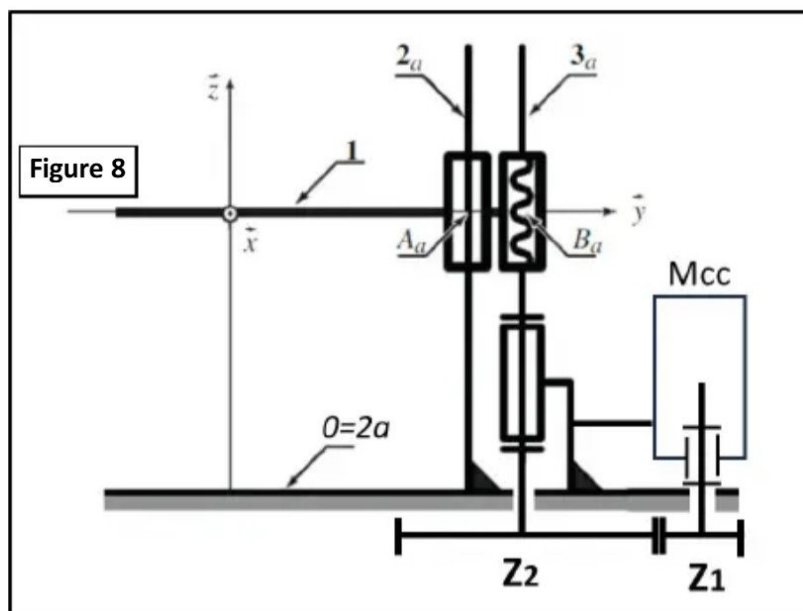
- Le bâti 0=2, on lui attache le repère $\mathcal{R}_g = (O, \vec{x}, \vec{y})$ supposé galiléen, $\vec{z}$ étant la verticale ascendante.

- L'ensemble 1 est constitué du bras mobile associé aux deux scanners 3D, la masse totale de l'ensemble 1 est $M = 400\text{kg}$. On note V la vitesse de translation de l'ensemble 1 par rapport au bâti 0.
- La vis (3_a) d'hélice à droite de pas normal $P_v = 10\text{mm}$;
 - ✓ Moment d'inertie $J_v = 600\text{g.cm}^2$ par rapport à son axe de rotation ;
 - ✓ Le rendement de la liaison hélicoïdale est $\eta_v = 0,9$.
- Le réducteur à engrenages possède un rapport de réduction N ($N < 1$ à **déterminer**).
 - ✓ On note J_R l'inertie équivalente ramené à l'axe de l'entrée du réducteur ;
 - ✓ $J_R = 80\text{g.cm}^2$;
 - ✓ Le rendement du réducteur $\eta_R = 0,85$.

L'architecture du réducteur à engrenages est représentée sur la **figure 8**, on donne ainsi le nombre de dents de chaque roue dentée.

$$Z_1 = 10, Z_2 = 50.$$

- L'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g.\vec{z}$, avec $g = 9,81\text{ m.s}^{-2}$.
- Le moteur électrique utilisé dans les trois chaînes de transmission de vitesse de rotation ω_m
 - ✓ Le moteur développe un couple moteur C_m ,
 - ✓ L'inertie du rotor est notée J_m . On donne $J_m = 800\text{g.cm}^2$.
- Toutes les liaisons mécaniques sont supposées parfaites. (Sauf la liaison hélicoïdale).
- Dans cette étude on s'intéresse au cas de la montée du bras mobile 1.

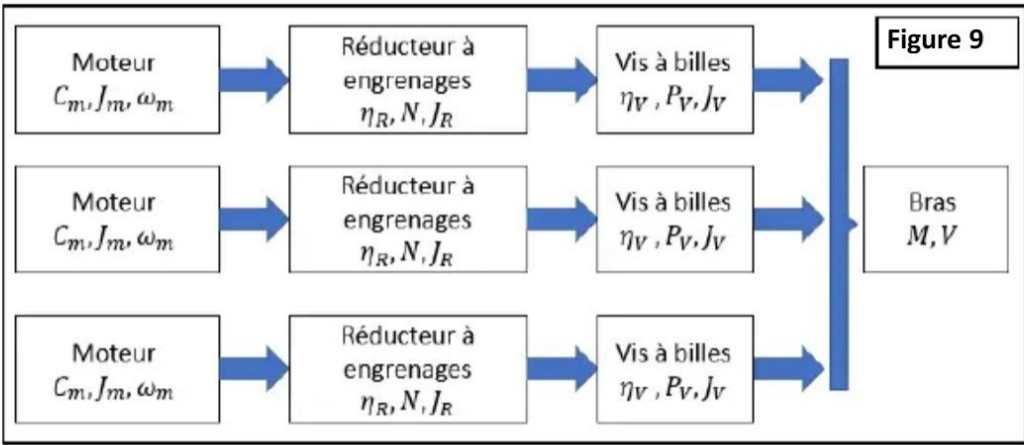


Question 9 : Calculer le rapport de réduction en valeur absolue : $N = \left| \frac{\omega_{30}}{\omega_m} \right|$.

ω_{30} étant la vitesse de rotation de la vis par rapport au bâti.

Question 10 : Donner l’expression de la vitesse de translation V en fonction de ω_m , N et P_v .

La **figure 9** illustre les 3 chaînes de transmission. $\Sigma = (3 \text{ rotors}, 3 \text{ réducteurs}, 3 \text{ vis et le bras})$



Question 11 : On isole l’ensemble mobile Σ (**figure 9**), déterminer l’énergie cinétique $T(\Sigma/0)$ de l’ensemble Σ dans son mouvement par rapport au bâti 0, en déduire l’expression de l’inertie équivalente, de l’ensemble mobile Σ notée $J_{méq}$, ramenée à l’axe moteur.

Question 12 : Déterminer les expressions des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à l’ensemble mobile Σ .

Question 13 : Appliquer le théorème de l’énergie cinétique à l’ensemble mobile Σ dans son mouvement par rapport au bâti 0, puis montrer que l’équation obtenue peut se mettre sous la forme :

$$J_{méq} \frac{d\omega_m}{dt} = C_M - C_{Résistant}$$

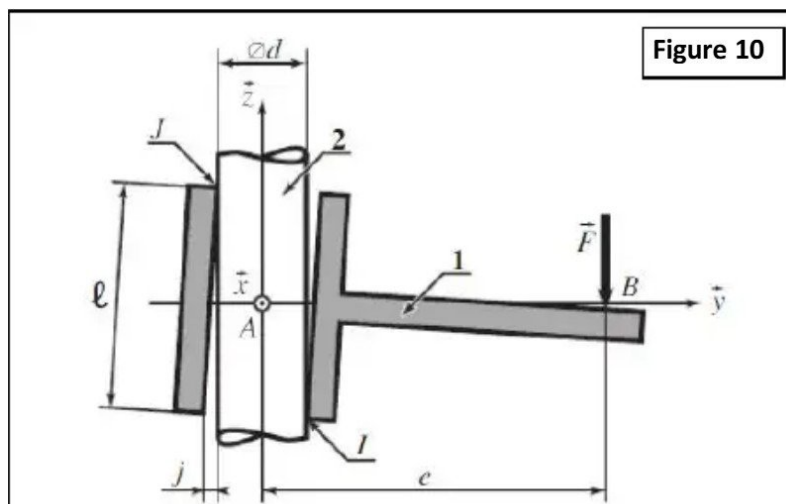
Indiquer l’expression de C_M et $C_{Résistant}$.

Question 14 : On considère qu’à cette phase de montée, les moteurs tournent avec une vitesse constante (en régime permanent), déterminer la valeur du couple que doit développer chaque moteur, faire l’application numérique. (Prendre N positif).

Partie C : Etude statique de la solution de guidage en translation :

Dans cette étude (**figure 10**), on suppose que la liaison entre le bras mobile 1 et la colonne de guidage 2 encastré avec le bâti 0 est modélisée par une liaison pivot glissant qui n’est pas parfaite : il y a du jeu et du frottement entre les surfaces de contact. Le coefficient de frottement entre le

bras et la colonne est $f = 0,2$. De ce fait, le contact bras-colonne est modélisé par deux contacts ponctuels en I et J .



Une modélisation globale (non demandé dans cette partie) donne les torseurs des actions mécaniques aux points I et J :

$$\{\tau_I(2 \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} Y_I \cdot \vec{y} + Z_I \cdot \vec{z} \\ 0 \end{Bmatrix}_I ; \{\tau_J(2 \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} Y_J \cdot \vec{y} + Z_J \cdot \vec{z} \\ 0 \end{Bmatrix}_J$$

Le bras 1 est soumis à un glisseur au point B, centre de la liaison hélicoïdale, tel que :

$$\vec{F} = -F \cdot \vec{z}, (F > 0), \quad \vec{AB} = e \cdot \vec{y}$$

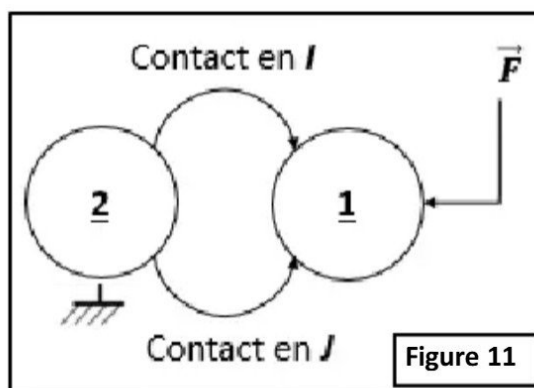
La colonne 2 est de diamètre d , l'alésage du bras 1 est diamètre $d + j$ ($d \gg j$) et de longueur ℓ

On se propose d'étudier le risque de l'arc-boutement du bras.

Hypothèses :

- L'étude est supposée plane ;
- L'action de la pesanteur est négligée ;
- Le jeu j est négligé devant les autres grandeurs.
- $\vec{IJ} = -d \cdot \vec{y} + \ell \cdot \vec{z}$, $\vec{IB} = \left(e - \frac{d}{2}\right) \vec{y} + \frac{\ell}{2} \vec{z}$

Travail demandé :



Question 15 : En appliquant le principe fondamental de la statique, étudier l'équilibre du bras 1, et écrire les équations scalaires qui en découlent.

Question 16 : à la limite de glissement en I et J, et en considérant le modèle de Coulomb, donner la relation entre : Y_I et Z_I ; Y_J et Z_J .

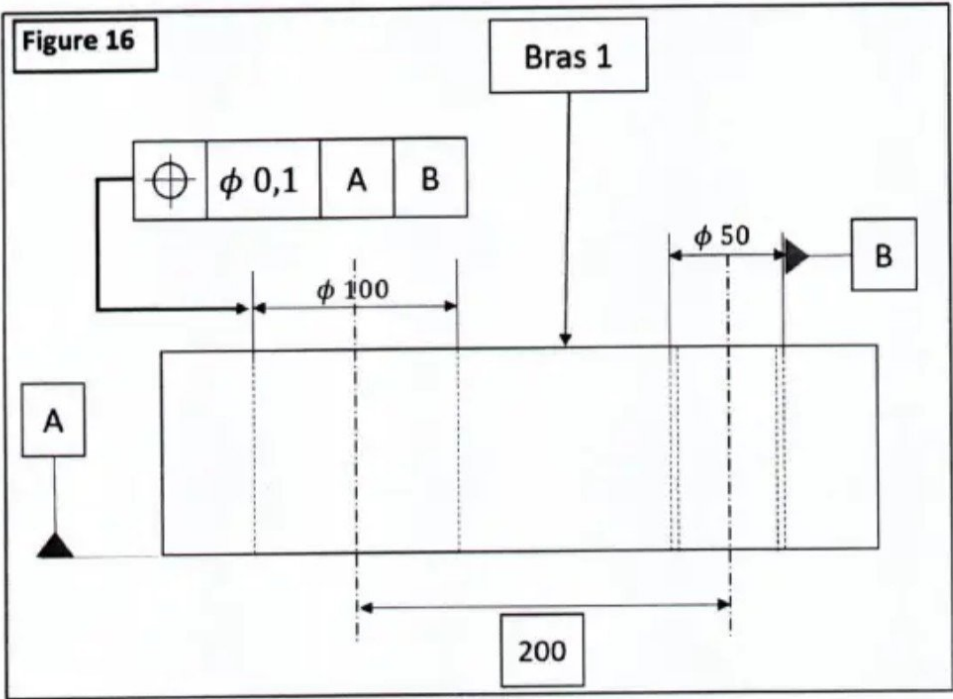
On donne : $Y_I > 0$, $Z_I > 0$, $Y_J < 0$ et $Z_J > 0$

Question 17 : En exploitant les équations scalaires trouvées dans questions 15 et 16, donner la relation entre les paramètres ℓ , f et e

Question 18 : en considérant les données de l'exigence ID= 1.2.2 ($e = 20\text{cm}$, $\ell = 20\text{cm}$), Calculer f . Comparer la valeur de f calculer avec celle donnée par l'exigence ID= 1.2.2, commenter.

Partie F : vérification de la contrainte de la mise en position de la colonne :

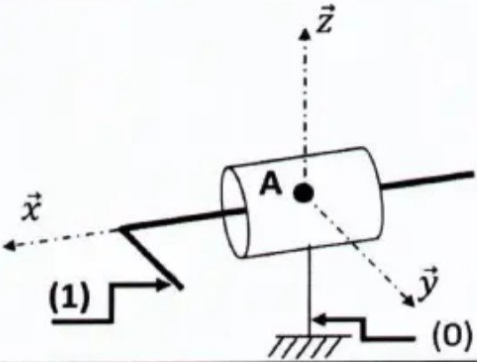
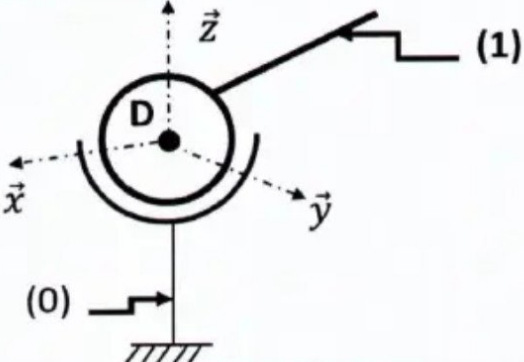
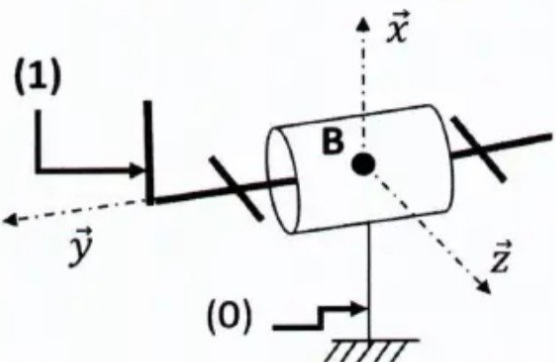
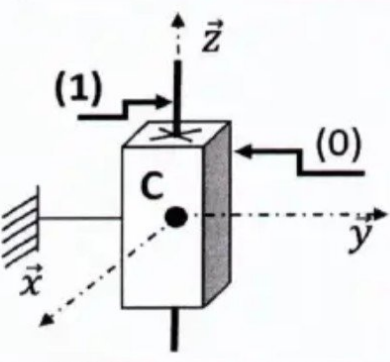
Question 29 : Sur le document réponse DR 3, interpréter la spécification indiquée ci-dessous (figure 16) en complétant les différentes parties manquantes (l'utilisation des croquis explicatifs est obligatoire).



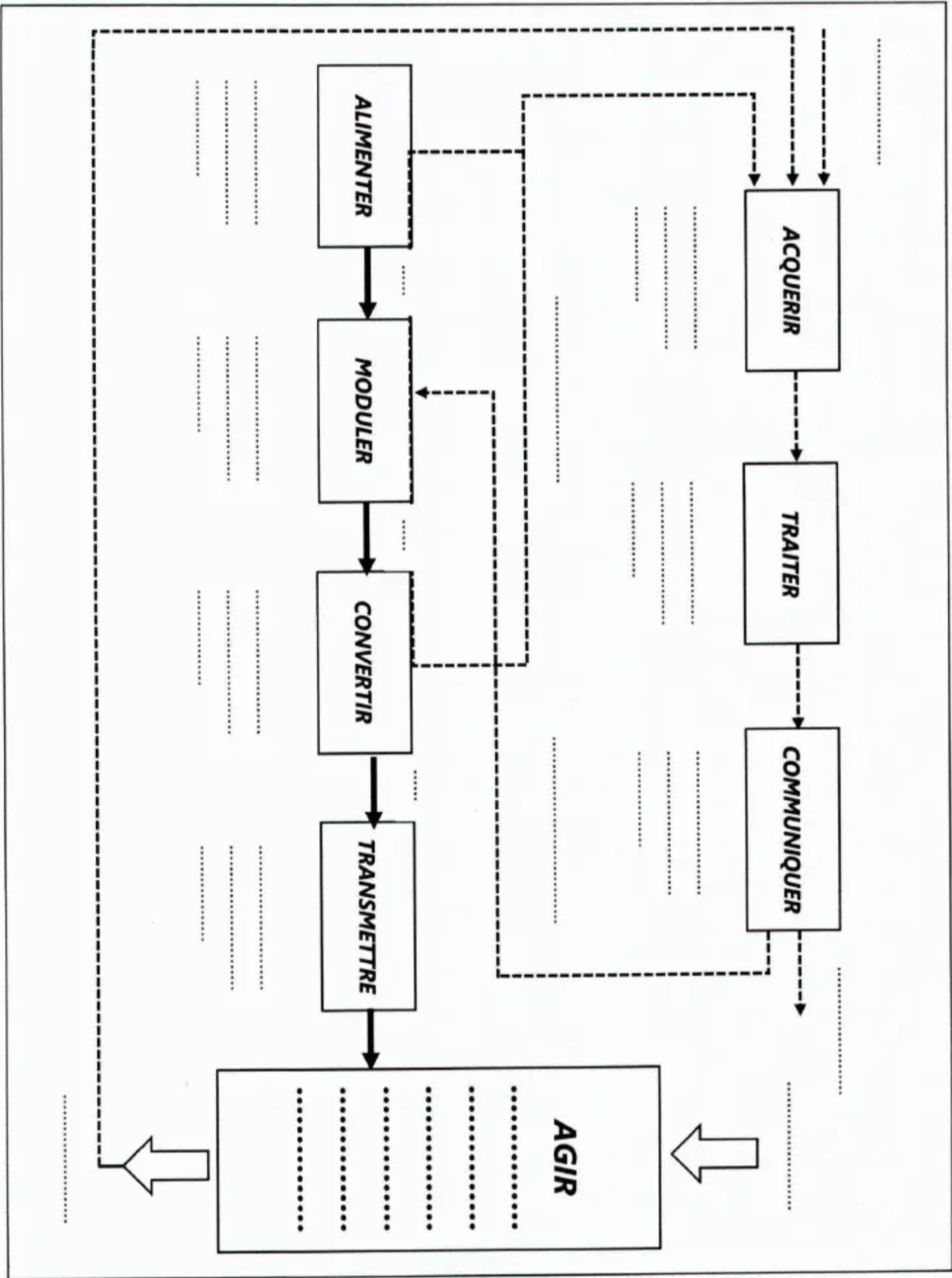
Fin de l'énoncé

Ne rien écrire dans ce cadre

Document réponse DR1

	Nom et caractéristique de la liaison : Torseur cinématique de la liaison : $\{v(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c c} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(...;\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
	Nom et caractéristique de la liaison : Torseur cinématique de la liaison : $\{v(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c c} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(...;\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
	Nom et caractéristique de la liaison : Torseur cinématique de la liaison : $\{v(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c c} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(...;\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
	Nom et caractéristique de la liaison : Torseur cinématique de la liaison : $\{v(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c c} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{array} \right\}_{(...;\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

DOCUMENT REPONSE DR2



Ne rien écrire dans ce cadre

DOCUMENT REPONSE DR3

Symbole de la spécification:	Elements non idéaux (Réels)		Elements idéaux (Modèles)		
Type de spécification: Forme ☐ position ☐ Orientation ☐ battement ☐	Element(s) tolérancé(s)	Element(s) de référence	Référence(s) spécifiée(s)	Zone de tolérance	
Condition de conformité : L' élément tolérancé doit se situer tout entier dans la zone de tolérance	☐ Unique ☐ groupe	☐ Unique ☐ multiples	☐ Simple ☐ commune ☐ système	☐ Simple ☐ composée	Contraintes : Orientation et/ou position par rapport à la référence spécifiée

Ne rien écrire dans ce cadre

Annexe 1: diagramme partiel d'exigences fonctionnelles

