

**Remarques importantes à lire attentivement :**

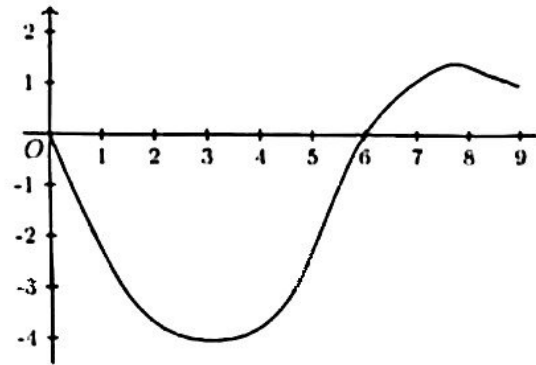
- Cette épreuve comporte 30 questions à choix unique. Pour chaque question, une seule réponse est correcte.
- Barème : +2 pts : réponse juste, 0 pt : sans réponse, -1 pt : réponse fausse ou multiple.
- À noter : dans certaines questions, l'une des propositions possibles est « Autre Réponse », abrégée AR.
- Les réponses doivent être cochées sans dépasser les cases, à l'aide d'un stylo noir (de préférence) ou bleu foncé. L'usage de correcteur (type Blanco ou autre) est strictement interdit.
- Les bonnes réponses attendues sont une croix franche ou un coloriage de la case.

**Partie 1 : Questions**

1. Lors du concours ENSAM Maroc - Mathématiques 2025, un candidat répond au hasard à l'ensemble des 30 questions d'un QCM (il ne laisse donc aucune question sans réponse).

Le barème est le suivant : + 2 points pour une bonne réponse, -1 point pour une mauvaise réponse.

2. On définit  $h(x) = \int_0^x f(t) dt$ . La courbe suivante représente la fonction  $f$ .



Graphes de  $f$

3. Soient  $f$ ,  $g$  et  $h$  des fonctions définies et dérivables sur  $\mathbb{R}$ . Elles satisfont les relations suivantes pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :  
 $f'(x) = g(x+1)$  et  $g'(x) = h(x-1)$ .

4. Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de raison  $q$ . On définit  $v_n = \frac{u_n}{2}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$  et l'on suppose que  $(v_n)$  est arithmétique de raison  $r$ .

5. On considère la suite  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par  $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ ,  $a_1 = 1$ .

6. Soit la fonction  $f(x) = \left( \frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x} \right)^2$ , et posons  $f(x) = x g(x) + 1$ .

7. On cherche le plus petit entier naturel à trois chiffres  $x$  pour lequel il existe un entier  $y$  satisfaisant l'équation  $43x + 77y = 27$ .

8. Combien de solutions réelles distinctes possède l'équation :  $\left( ((x^2 - 1)^2 - 2)^2 - 3 \right)^2 = 4$  ?

9. On considère l'intégrale suivante :  $\int_0^{\pi/2} (\sin^2 x + 3 \cos^2 x) dx$

10. La suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est définie par  $u_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ . Elle est :

11. Pour chaque entier  $n \geq 1$ , on considère les fonctions suivantes  $f_n(x) = x^2 - (n+1)x + b_n$ , et  $g_n(x) = x^2 - nx + b_n$ .  
Sachant que la courbe de  $f_n$  rencontre l'axe des abscisses, tandis que celle de  $g_n$  ne le rencontre pas.

12. Soient deux fonctions réelles  $f$  et  $g$  telles que  $f(-x) = -f(x)$  et  $g(-x) = g(x)$  ( $\forall x \in \mathbb{R}$ ).

13. Soit  $z \in \mathbb{C}$  tel que  $\left| \frac{z-i}{z+2i} \right| = 1$  et  $|z| = \frac{5}{2}$ .

14. On pose  $N = 11^{2025} + (2025)^{11}$ .

15. On pose  $\int_1^2 \frac{x^2}{1+x^4} dx = A$ , où  $A > 0$  est laissé indéterminé.

## Partie 2 : Questions

16. On dispose de deux urnes, A et B. L'urne A contient 6 boules bleues, 4 boules vertes et 5 boules rouges. L'urne B contient : 3 boules bleues, 3 boules vertes et 6 boules rouges. On effectue l'expérience aléatoire suivante : On tire au hasard une boule de l'urne A et on la place dans l'urne B, puis on tire au hasard (et sans remise) une boule de l'urne B.

17. Soit  $z(\theta) = \frac{1+7i\sin\theta}{-2i\sin\theta}$ ,  $\theta \in ]-\frac{\pi}{2}, \pi[$ .

18. On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'équation  $x^2 - 4kx + y^2 - 4y + 8 = k^3 - k$ , où  $k \in \mathbb{R}$ .

19. Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = x^2 \sin(x^2)$ . On note  $I = f(\mathbb{R})$  l'image de l'ensemble  $\mathbb{R}$  par la fonction  $f$ .

20. On note  $E(t)$  la partie entière (le plus grand entier  $\leq t$ ). Pour un réel  $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ , on considère

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \left| \frac{1 - x + |x|}{\lambda - x + E(x)} \right|.$$

21. Soient  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  tels que l'équation  $z^2 + \alpha z + \beta = 0$  admette  $1 - 2i$  comme solution.

22. Soit la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+6} = -\infty$

23. Un plan  $E$  est perpendiculaire aux deux plans  $2x - 2y + z = 0$  et  $x - y + 2z = 4$ , et passe par le point  $P(1, -1, 1)$ .

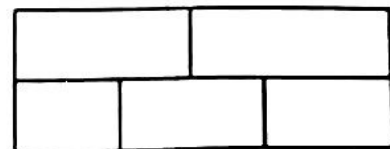
24. Soit  $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}_+^*$  telle que, pour tous  $x, y \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $f(x) + f(y) = \frac{1}{f(xy)}$ .

25. On considère le nombre à quatre chiffres 2652, qui possède la propriété suivante : chaque paire de chiffres consécutifs forme un multiple de 13 (en effet : 26, 65, 52). On cherche un nombre  $N$  de 2025 chiffres qui satisfait :

- il commence par le chiffre 9 ;
- toute paire de chiffres consécutifs constitue un multiple de 13.

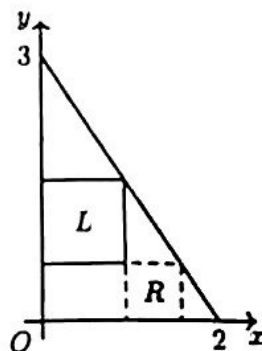
26. On considère le rectangle ci-contre, partagé en cinq régions :

Chaque région doit être coloriée d'une couleur une choisie parmi rouge, orange, jaune, bleu, vert, de telle sorte que deux régions ayant un côté commun soient de couleurs différentes. On peut utiliser la même couleur pour des régions qui ne se touchent pas par un côté.



27. Dans le repère cartésien ci-contre, un carré  $L$  (en haut) a un côté posé sur l'axe des ordonnées, tandis qu'un carré  $R$  (en bas) a un côté posé sur l'axe des abscisses ; les deux carrés partagent un sommet. Un sommet de chacun de ces carrés se trouve sur la droite

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1.$$



28. Soit  $m \in \mathbb{R}$  et la fonction  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx - 1}}$ , définie sur un intervalle  $I$  choisi afin que  $f$  soit bijective sur  $I$ . La fonction réciproque  $f^{-1}$  coupe la droite  $(d): y = 12 - x$  au point d'ordonnée 10.

29. La fonction  $f$  est strictement décroissante et son domaine de définition est l'ensemble des réels négatifs  $\mathbb{R}^-$ . On sait que

$$f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2).$$

30. On note  $E(x)$  la partie entière, c'est-à-dire le plus grand entier  $\leq x$ . Soient  $k \in \mathbb{N}$  et  $n \in \mathbb{N}$ . On considère la fonction

$$f(x) = \begin{cases} |x - E(-x)|, & \text{si } E(x) \text{ est pair,} \\ |x - E(x)| + k, & \text{si } E(x) \text{ est impair.} \end{cases}$$

On suppose que  $f$  est continue aux points  $x = n$  et  $x = -n$ .

# partie 1 : Réponses

1. Quelle est la probabilité que ce candidat obtienne exactement 25 points ?  
 A.  $\frac{60!}{25!35!}(\frac{1}{2})^{25}(\frac{1}{2})^{35}$     B.  $\frac{60!}{25!35!}(\frac{1}{2})^{35}(\frac{1}{2})^{25}$     C. 0    D. 1    E. AR

---

2. Parmi les propositions ci-dessous, laquelle est vraie ?  
 A.  $h(6) < h'(6) < h''(6)$     C.  $h'(6) < h(6) < h''(6)$     E.  $h''(6) < h'(6) < h(6)$   
 B.  $h(6) < h''(6) < h'(6)$     D.  $h''(6) < h(6) < h'(6)$

---

3. Calculer  $f''(2x)$  :  
 A.  $h(2x+1)$     B.  $2h'(2x)$     C.  $h(2x)$     D.  $4h(2x)$     E. AR.

---

4. Déterminer  $q+r$ .  
 A. 0    B. 1    C.  $\sqrt{2}$     D.  $\frac{1}{2}$     E. AR

---

5. Sachant que  $a_{100} = \frac{k}{m}$ , Déterminer la valeur du 98<sup>e</sup> terme  $a_{98}$ .  
 A.  $\frac{k-m}{2m-k}$     B.  $\frac{k-2m}{k-m}$     C.  $\frac{k-m}{k-2m}$     D.  $\frac{2m-k}{k-m}$     E. AR

---

6. Quelle est la valeur de  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  ?  
 A. 4    B. 2    C. -2    D. -4    E. 0

---

7. Quelle est la somme des chiffres de cet entier  $x$  ?  
 A. 4    B. 5    C. 8    D. 9    E. 11

---

8. A. 5    B. 6    C. 7    D. 8    E. 9

---

9. La valeur de l'intégrale est :  
 A.  $\frac{\pi}{2}$     B.  $2\pi$     C.  $\frac{3\pi}{2}$     D.  $\pi$     E.  $\frac{3\pi}{2}$

---

10. A. Non bornée et monotone    C. Bornée et décroissante    E. Non bornée et non monotone  
 B. Bornée et non monotone    D. Bornée et croissante

---

11. Quelle est la valeur de  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b}{n^{\frac{1}{2}}}$  ?  
 A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{5}$     C.  $\frac{2}{5}$     D.  $\frac{1}{10}$     E.  $\frac{1}{20}$

---

12. On pose  $h(x) = f(x)g(x)$ . Sachant que  $\int_{-3}^3 (x+5)h'(x)dx = 10$ , déterminer la valeur de  $h(3)$ .  
 A. 1    B. 2    C. 3    D. 4    E. 5

---

13. Quelle est la valeur de  $|z+3i|$  ?  
 A.  $\sqrt{10}$     B.  $\frac{7}{2}$     C.  $\frac{15}{4}$     D.  $2\sqrt{3}$     E. AR

---

14. Le reste de la division euclidienne de  $N$  par 9 est égal à :  
 A. 1    B. 4    C. 6    D. 8    E. AR

---

15. En déduire la valeur de  $\int_1^2 \frac{x^{-2}}{1+x^4} dx$  en fonction de A.  
 A.  $1-A$     B.  $-A$     C.  $\frac{1}{A}$     D.  $A-1$     E.  $\frac{1}{2}-A$

Tournez la page, svp !

## Partie 2 : Réponses

10. Déterminer la probabilité que la boule tirée de l'urne B soit de couleur bleue

- A.  $\frac{9}{25}$       B.  $\frac{8}{25}$       C.  $\frac{7}{25}$       D.  $\frac{6}{25}$       E.  $\frac{2}{5}$

11. Déterminer la somme de toutes les valeurs de  $\theta$  pour lesquelles  $z(\theta)$  est purement imaginaire

- A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\pi$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{2}$       E. 0

12. Pour quelles valeurs de  $k$  cette équation représente-t-elle un cercle de rayon strictement positif ?

- A. Pour toute valeur réelle de  $k$ .  
 B. Si, et seulement si,  $-4 < k < -1$  ou  $k > 1$ .  
 C. Si, et seulement si,  $k > 1$ .  
 D. Si, et seulement si,  $k < -1$ .  
 E. Si, et seulement si,  $-1 < k < 0$  ou  $k > 1$ .

13. Lequel des énoncés suivants est correct ?

- A.  $I = [0, +\infty[$       B.  $I = [-1, 1]$       C.  $I = \mathbb{R}$       D.  $I = [-\pi, \pi]$       E. AR

14. Si cette limite existe et finie, sa valeur  $L$  est :

- A. 0      B. 2      C.  $\frac{1}{2}$       D. 1      E. AR

15. Déterminer la valeur de  $\alpha - \beta$  :

- A. 7      B. -3      C. 3      D. -7      E. AR

16. Quelle est la valeur de  $a + b$  ?

- A. -1      B. 0      C. 1      D. 2      E. AR

17. Si la distance du plan  $E$  au point  $Q(a, a, 2)$  vaut  $3\sqrt{2}$ , alors  $(PQ)^2$  est égal à :

- A. 9      B. 12      C. 21      D. 33      E. AR

18. Déterminer la valeur de  $f(2025)$ . Indication : poser  $x = y = 1$ .

- A. 1      B. 2025      C.  $\ln 2025$       D.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       E.  $\frac{1}{\ln 2025}$

19. Quel est le dernier chiffre de  $N$  ?

- A. 2      B. 3      C. 6      D. 9      E. AR

20. Combien de colorations distinctes sont possibles ?

- A. 120      B. 270      C. 360      D. 540      E. 720

21. Quelle est la longueur du côté du carré  $L$  ?

- A.  $\frac{14}{15}$       B.  $\frac{15}{16}$       C.  $\frac{16}{17}$       D.  $\frac{17}{18}$       E.  $\frac{18}{19}$

22. Quelle est la valeur de  $f(m+4)$  ?

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{4}$       C. 2      D. 1      E. AR

23. Combien de valeurs entières  $m$  satisfont cette inégalité ?

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 0      E. 4

24. Quelle affirmation concernant l'entier  $n$  est correcte ?

- A.  $n$  est pair.  
 B.  $n$  est impair.  
 C.  $f$  n'est continue pour aucune valeur de  $n$ .  
 D.  $f$  n'est continue pour aucune valeur de  $n$ .  
 E.  $n$  est un multiple de 4.

Fin de l'épreuve  
 Dans 5 minutes