

Concours d'accès en 1^{ère} année du cycle norm

Epreuve de Maths, durée 1h.

Questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

Barème : réponse correcte : 2 points. réponse fausse : -1 point. pas de réponse : 0 points.

Exercice I

- 1) Calculer la limite suivante $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x)}{1+\sqrt{x}}$ A. 1 B. 0 C. 2 D. $+\infty$
- 2) La solution de l'équation $(\ln x)^4 - 10(\ln x)^2 + 9 = 0$ dans $\mathbb{R}$ est :
A. $\{e^{-3}, e^{-1}, e, e^3\}$ B. $\{e^{-3}, e^{-1}, e, e^2\}$ C. $\{e^{-1}, e, e^2, e^3\}$ D. $\{e^{-2}, e^{-1}, e, e^2\}$
- 3) La solution de $x + 2 > \sqrt[3]{x^2 + 8}$ dans $\mathbb{R}$ est : A. $]0, +\infty[$ B. $] -\infty, 0]$ C. $[1, +\infty[$ D. $[2, +\infty[$

Exercice II

- 4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 12x - 16$. On admet que g est strictement croissante sur l'intervalle $[3; 5]$. On a : A. g est croissante sur $[-2; 2]$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ C. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 4(x-2)(x+2)$ D. l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[3; 5]$
- 5) Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 4}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal. On admet que, pour tout $x > 2$, $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 4)^2}$. Alors :
A. La droite d'équation $x = 1$ est asymptote à C_f B. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$
C. La droite d'équation $y = x + 2$ est asymptote à C_f D. f est croissante sur $]2; +\infty[$

Exercice III

- 6) On considère les deux suites numériques (u_n) et (v_n) définies par

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{9u_n}{4u_n + 3}, n \in \mathbb{N} \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = 2 - \frac{3}{u_n}, n \in \mathbb{N}$$

Laquelle est exacte ? A. (v_n) est une suite géométrique de raison $1/6$ et de premier terme -4 .
B. $u_n = \frac{3}{1 + 4(\frac{1}{3})^n}, \forall n \in \mathbb{N}$ C. $v_0 + v_1 + \dots + v_n = \frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)$ D. (v_n) est strictement décroissante

7) Quelle est la limite de la suite numérique (u_n) définie par $u_n = \frac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n}, \forall n \in \mathbb{N}$ A. 1 B. 0 C. 2 D. $\sqrt{\frac{2}{5}}$

Exercice IV

- 8) Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 7 sont blanches et 3 sont noires. On tire simultanément 3 boules de l'urne. La probabilité de tirer 2 boules blanches et 1 boule noire est égale à :
A. $\frac{21}{40}$ B. $\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{1}{3}$ C. $\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{1}{3}$ D. $\frac{7}{10} \times \frac{1}{3}$
- 9) De la même urne, on tire une boule, on note sa couleur, on la remet dans l'urne ; on procède ainsi à 5 tirages successifs avec remise. La probabilité d'avoir obtenu 3 boules noires et 2 boules blanches est égale à :
A. $\frac{3^3 \times 7^2}{10^5}$ B. $10 \times \left(\frac{3}{10} \right)^2 \times \left(\frac{7}{10} \right)^3$ C. $10 \times \left(\frac{3}{10} \right)^3 \times \left(\frac{7}{10} \right)^2$ D. $10 \times \left(\frac{3}{10} \right)^2 \times \left(\frac{7}{10} \right)^2$
- 10) De la même urne, on tire une seule boule. Si elle est blanche, on lance un dé cubique (dont les faces sont numérotées de 1 à 6). Si la boule est noire, on lance un dé tétraédrique (dont les faces sont numérotées de 1 à 4). On suppose les dés bien équilibrés. Le joueur gagne s'il obtient le numéro 1. Sachant que le joueur a gagné, la probabilité qu'il ait tiré une boule blanche est égale à :
A. $\frac{7}{60}$ B. $\frac{14}{23}$ C. $\frac{12}{40}$ D. $\frac{21}{40}$