

Sujet

Physique (12 points)

Mécanique (4,5 points)

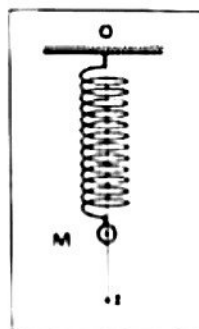
Les oscillateurs mécaniques occupent une place essentielle dans de nombreux domaines scientifiques et technologiques. Ils désignent des systèmes capables de produire des mouvements périodiques autour d'une position d'équilibre, tels que les pendules et les ressorts.

Une petite boule de masse m , modélisée par un point matériel M , est accrochée à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur K et de longueur à vide ℓ_0 , dont l'autre extrémité est fixée en O .

On suppose que le mouvement de M a toujours lieu suivant l'axe (Oz) vertical descendant. On note z la cote du point M (Figure ci-contre).

L'étude du système sera faite dans un repère lié à la Terre supposé galiléen.

Données : $K = 22 \text{ N.m}^{-1}$; $m = 120 \text{ g}$



1. On néglige tout frottement dans un premier temps.
 - 1.1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.
 - 1.2. Déterminer l'expression de la cote z_{eq} de la position d'équilibre de M .
 - 1.3. Déterminer l'expression de $z(t)$ dans le cas où le point M est initialement abandonné sans vitesse initiale à la cote $z_i = \ell_0 + \frac{mg}{K} + a$, où a est une constante.

Quelle est l'expression de la pulsation propre ω_0 de cet oscillateur ?

2. L'expérience montre que l'amplitude des oscillations diminue au cours du temps. Pour l'interpréter, on considère qu'il existe des frottements qu'on modélise par une force supplémentaire proportionnelle à la vitesse v de M : $\vec{F} = -h\vec{v}$; $h = 8,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg.s}^{-1}$.

- 2.1. Établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par $z(t)$, et la mettre sous la forme

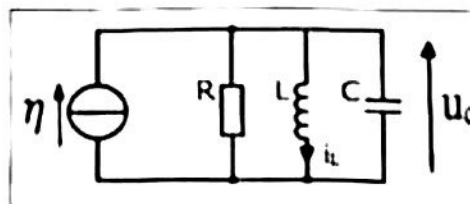
$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 z_{eq} \text{ en précisant l'expression de } Q \text{ en fonction des données.}$$

- 2.2. Déterminer l'expression littérale de la solution $z(t)$ les mêmes conditions initiales précédentes. Préciser les expressions de la pseudo-période T des oscillations et du temps de relaxation qu'on notera τ , en fonction des données.
- 2.3. Quel est le nombre d'oscillations qu'on peut observer à l'œil nu, sachant que les oscillations restent perceptibles par l'œil nu jusqu'à une durée approximativement égale à 5τ ?

Électricité (4 points)

Les oscillateurs électriques sont des dispositifs fondamentaux dans le domaine de l'électronique et des télécommunications. Ils génèrent des signaux périodiques, généralement sous forme de tensions ou de courants alternatifs.

On considère le circuit électrique ci-contre composé d'un générateur idéal de courant délivrant une intensité de courant électrique constante η , un conducteur ohmique de résistance R , une bobine idéale d'inductance L et un condensateur de capacité C .



Données : $R = 50 \Omega$; $C = 10 \text{ nF}$; $L = 100 \text{ mH}$

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ dans ce circuit. Mettre cette équation sous forme canonique.
2. En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R , L et C .
3. À $t = 0$, le générateur de courant passe de $0A$ (valeur ayant duré longtemps) à $\eta = 0,01 A$. Quel est la nature du régime d'évolution de $u_c(t)$? Justifier.
4. À $t = 0$, $i_L = 0$ et $u_C = 0$. Déterminer l'expression numérique de $u_c(t)$ pour $t > 0$.
5. Représenter l'allure de $u_c(t)$.

Ondes mécaniques (2 points)

Les vibrations des cordes jouent un rôle fondamental dans de nombreux domaines, allant de la musique aux sciences des matériaux.

Une corde AB a son extrémité B fixe et son extrémité A actionnée transversalement par un vibreur de fréquence $N = 100 \text{ Hz}$. La célérité des ondes transversales le long de la corde est $c = 25 \text{ m.s}^{-1}$.

1. L'onde progressive sinusoïdale se propage de A vers B , dans le sens des x croissants. Dans le repère $(Oxyt)$, d'origine O choisie en un point quelconque de la corde, l'équation horaire de O est $y_O(t) = a \cos \omega t$; a l'amplitude supposée constante tout le long de la corde. Donner l'équation horaire $y_M(t)$ d'un point M de la corde d'abscisse x .
2. L'onde se réfléchit en B en subissant un déphasage φ . Pour simplifier, on prendra maintenant l'origine du repère en B .
- 2.1. Donner les elongations $y_{in}(t)$ due à l'onde incidente et $y_{re}(t)$ due à l'onde réfléchie, et montrer que $\varphi = \pi$.
- 2.2. Pour un point M d'abscisse x négative, exprimer $y_{in}(t)$ et $y_{re}(t)$ puis l'elongation $y_M(t)$ résultant de la superposition des deux ondes.
- 2.3. En déduire les positions des nœuds.

Rappel : $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

Physique nucléaire (1,5 points)

Le nucléide d'Uranium 238 se transforme en Plomb 206 au cours d'une chaîne de désintégrations spontanées du type α et β selon l'équation suivante : ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + x\alpha + y\beta$

Donnée :

Demi-vie de l'Uranium 238 : $t_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ ans}$

$M(\text{U}) = 238 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{Pb}) = 206 \text{ g.mol}^{-1}$

1. Que représentent les particules α et β ? Déterminer les valeurs de x et y .
2. À l'instant t , une ancienne roche minérale contient $m(\text{U}) = 1 \text{ g}$ d'Uranium 238 et $m(\text{Pb}) = 10 \text{ mg}$ du Plomb 206. On considère que tout le Plomb 206 figurant dans la roche est formé par la désintégration de l'Uranium 238 au cours du temps à partir de l'instant $t = 0$ qu'on considère le début de la roche minérale. Trouver la valeur de l'âge de la roche minérale.

Chimie (8 points)

Atomistique - Liaisons chimiques (2 points)

1. Atome d'hydrogène

L'existence du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène, soumis à irradiation lumineuse, a été prouvée expérimentalement bien avant la théorie de Bohr.

Données :

- Constante de Rydberg : $R_H = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
- Constante de Plank : $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

1.1. Donner l'expression de la longueur d'onde $\lambda_{p \rightarrow n}$ de la radiation émise, lorsque l'électron passe d'un état excité à un autre état plus stable, en fonction de R_H , n et p deux niveaux d'énergies et $n < p \in \mathbb{N}^*$.

1.2. Donner l'expression de l'énergie E_n d'un niveau n en fonction de R_H , n , c et h .

1.3. Calculer, en Joule, l'énergie minimale nécessaire pour ioniser un atome d'hydrogène.

2. Orbitale atomique – Configuration électronique – Liaison chimique

Données :

$\text{Be}(Z = 4)$; $\text{C}(Z = 6)$; $\text{O}(Z = 8)$; $\text{F}(Z = 9)$; $\text{P}(Z = 15)$; $\text{Cl}(Z = 17)$

2.1. Donner l'orbitale atomique correspondant aux électrons caractérisés par les nombres quantiques : $(n = 1 ; \ell = 0 ; m_\ell = 0)$.

2.2. Écrire la configuration électronique de l'état fondamental de l'atome de chlore.

2.3. Déterminer le nombre des électrons de valence dans la molécule POCl_3 .

2.4. Parmi les espèces CCl_4 , FCl et BeCl_2 , quelle est celle qui est un acide de Lewis ?

Chimie des solutions aqueuses et électrochimie (6 points)

Les partie 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1 : Titrage d'un effluent industriel

Un effluent industriel désigne tout liquide rejeté par une installation industrielle après utilisation dans un processus de production.

Ces effluents peuvent contenir divers polluants de l'environnement, ils sont en général classés en trois catégories : aqueux, gazeux et solides, leur traitement est crucial pour leur impact environnemental avant leur rejet dans la nature.

On titre un prélèvement de volume $V_0 = 100 \text{ mL}$ d'un effluent industriel contenant de l'acide sulfurique et du dioxyde de soufre $\text{SO}_2(\text{aq})$. Le réactif titrant est la solution d'hydroxyde de sodium à la concentration $C_B = 1,0 \text{ mol.L}^{-1}$. On suit l'évolution du pH en fonction du volume V_B de titrant ajouté.

On observe deux sauts de pH :

- Le premier pour $V_{\text{eq}1} = 16,0 \text{ mL}$ ($\text{pH}_{11} = 5,5$) ;
- Le deuxième pour $V_{\text{eq}2} = 20,0 \text{ mL}$ ($\text{pH}_{12} = 10,5$).

Données :

- La première acidité de l'acide sulfurique H_2SO_4 est forte.
- $pK_a(HSO_4^- / SO_4^{2-}) = 2$
- $pK_{a1}(SO_{2(aq)} / HSO_3^-) = 1,8$; $pK_{a2}(HSO_3^- / SO_3^{2-}) = 7,6$

1. Dresser le diagramme de prédominance des espèces concernées.

Justifier que les espèces présentes dans l'effluent industriel sont : $H_2O_{(aq)}^+$, $HSO_{4(aq)}^-$ et $SO_{2(aq)}$.

2. En considérant la valeur du pH à la première puis à la deuxième équivalence, préciser quelles sont les espèces prépondérantes en ces points.

3. Écrire les équations des trois réactions de titrage ayant eu lieu avant la première équivalence, puis l'équation de la quatrième réaction ayant eu lieu entre les deux équivalences.

4. En déduire les valeurs des concentrations C_1 et C_2 respectivement de l'acide sulfurique H_2SO_4 et de dioxyde de soufre $SO_{2(aq)}$ présents dans l'effluent industriel.

Partie 2 : Propriété réductrice de la vitamine C

La vitamine C joue plusieurs rôles essentiels dans l'organisme : renforcement du système immunitaire, synthèse du collagène, amélioration de l'absorption du fer, cicatrisation des plaies ...

Dans le corps humain, la vitamine C entre dans des transformations chimiques où elle passe de sa forme réduite et active (acide ascorbique $C_6H_8O_6$), à sa forme oxydée et inactive (acide déshydroascorbique $C_6H_6O_6$).

On étudie le titrage potentiométrique d'une solution aqueuse (S_A) de vitamine C par une solution aqueuse (S_B) de sulfate de cérium (IV) ($Ce^{4+}_{(aq)} + 2 SO_{4(aq)}^{2-}$).

Dans un bécher de 150 mL, on place le volume $V_A = 40,0 \text{ mL}$ de solution aqueuse (S_A) d'acide ascorbique de concentration molaire $C_A = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, et on plonge dans cette solution deux électrodes, une électrode de référence au calomel (dichlorure de dimercure (I)) et une électrode de mesure en platine. On verse progressivement, dans le volume V_A , la solution (S_B) de concentration molaire $C_B = 4,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Le volume de la solution (S_B) ajouté est noté V_B .

Données :

- Potentiels standard d'oxydoréduction à 298 K :
 - $(C_6H_6O_6 / C_6H_8O_6) : E_a^0 = 0,13 \text{ V}$
 - $(Ce^{4+} / Ce^{3+}) : E_b^0 = 1,44 \text{ V}$
- Produits de solubilité à 298 K :
 - Hydroxyde de cérium (IV) $Ce(OH)_4 : pK_s = 54,8$
- Produit ionique de l'eau à 298 K : $pK_e = 14,0$
- $\frac{R.T}{F} \ln(10) = 0,060 \text{ V}$ à 298 K

1. Calculer la valeur de la constante d'équilibre K^0 (298 K) associée à l'équation de la réaction qui se produit entre l'acide ascorbique et l'ion $Ce^{4+}_{(aq)}$.

La valeur de la constante d'équilibre est-elle le seul critère à retenir pour la validité de ce titrage potentiométrique ? Justifier.

2. La solution (S_0) de sulfate de cérium (IV) de concentration C_0 doit être préparée dans une solution d'acide sulfurique à environ 2 mol.L^{-1} .
Justifier, en utilisant le produit de solubilité de l'hydroxyde de cérium (IV), le choix de l'acide sulfurique à 2 mol.L^{-1} .
3. Déterminer la valeur du volume V_e de la solution de sulfate de cérium (IV) versé à l'équivalence.
4. Déterminer la valeur du potentiel indiqué à l'équivalence par l'électrode de platine, par rapport à l'électrode standard à hydrogène (E.S.H.), en supposant que le pH de la solution est égal à zéro.