



الاختبار	اختبار في مادة أو مواد التخصص	مدة الإنجاز : أربع ساعات
التخصص	الرياضيات	المعامل 10

www.educaprof.com

Consignes et instructions importantes :

1. L'épreuve comporte **100 questions** de la question **Q1** à la question **Q100**
2. Chaque question comporte 4 choix de réponses (**A, B, C, D**) dont une seule réponse est juste ;
3. Chaque candidat(e) n'a le droit d'utiliser qu'une **seule feuille réponse**. Il est impossible de **remplacer la feuille réponse initiale du candidat(e) par une autre** ;
4. Avec un stylo à bille (**bleu ou noir**) cochez sur la feuille réponse à l'intérieur de la case correspondante à chaque réponse juste de la manière suivante : ☒ ou remplissez cette case de la manière suivante : ■ ;
5. La rature ou l'utilisation du **Blanco** sur la feuille réponse sont strictement **INTERDITES** ;
6. L'usage de la calculatrice est strictement interdit ;
7. la possession des téléphones mobiles, de tout appareil électronique intelligent et des documents papiers est strictement **INTERDITE** dans la salle de passation ;
8. Toute réponse ne respectant pas les règles citées ci-dessus sera rejetée ;
9. Chaque question sera notée avec **1 point**;
10. Chaque réponse incorrecte sera notée par zéro (0).

Q1

Soit f la fonction numérique définie sur $[1; +\infty[$ telle que f est dérivable sur $[1; +\infty[$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 2$. On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ est égale à :

A

0

B

1

C

2

D

 $+\infty$

Q2

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Le spectre de la matrice M est :

A

 $\{0, 1\}$

B

 $\{0, 4\}$

C

 $\{0, 1, 4\}$

D

 $\{1, 4, 5\}$

Q3

La série $\sum_{n \geq 1} \ln \left(\frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2} \right)$ converge et a pour somme :

A

 $-\ln 2$

B

 $-\ln 3$

C

 $\ln 2$

D

 $\ln 3$

Q4

On pose : $J = \int_0^{\ln 2} \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right)^2 dx$. La valeur de J est égale à :

A

 $\frac{5}{3} + \ln 2$

B

 $\frac{3}{5} - \ln 2$

C

 $\frac{5}{3} \times \ln 2$

D

 $\frac{3}{5} + \ln 2$

Q5	La transformation géométrique de représentation complexe $f : z \mapsto 2iz + 1$ est :
A	une rotation de centre d'affixe $1 + 2i$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$
B	une homothétie de rapport 2 et de centre d'affixe $1 + 2i$
C	la composée d'une symétrie centrale et d'une homothétie
D	la composée d'une rotation et d'une homothétie

Q6	Soient E et F deux événements liés à une même expérience aléatoire. La probabilité de l'évènement : « Un seul de ces deux événements se produit » est :
A	$P(E \cap \bar{F}) + P(\bar{E} \cap F)$
B	$1 - P(E \cup F)$
C	$P(E \cap \bar{F})$
D	$P(\bar{E} \cap F)$

Q7	Soit $M \in M_3(\mathbb{R})$. Alors on a :
A	Si M est diagonalisable dans $\mathbb{R}$, alors toutes ses valeurs propres sont distinctes.
B	Si M est triangulaire, alors toutes ses valeurs propres sont réelles.
C	Si M est symétrique, alors toutes ses valeurs propres sont distinctes.
D	Si M admet au moins deux valeurs propres réelles distinctes, alors M est diagonalisable dans $\mathbb{R}$.

Q8	Soit $a \in]0; +\infty[$ et $b \in]1; +\infty[$ Le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n \geq 1} \frac{a^n}{1 + b^n} z^n$ est :
A	$\frac{a}{b}$
B	$\frac{b}{a}$
C	$\sqrt{\frac{a}{b}}$
D	$\sqrt{\frac{b}{a}}$

Q9

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. M^{2025} est égale à :

A

 $-M$

B

 M

C

 I

D

 $-I$

Q10

La décomposition de $F(X) = \frac{X^2 + 1}{(X-1)(X-2)(X-3)}$ en éléments simples dans $\mathbb{R}[X]$ est :

A

$$F(X) = \frac{5}{X-1} + \frac{1}{X-2} - \frac{5}{X-3}$$

B

$$F(X) = \frac{1}{X-1} + \frac{5}{X-2} - \frac{5}{X-3}$$

C

$$F(X) = \frac{-1}{X-1} + \frac{1}{X-2} + \frac{5}{X-3}$$

D

$$F(X) = \frac{1}{X-1} - \frac{5}{X-2} + \frac{5}{X-3}$$

Q11

On pose $G = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}); x \in \mathbb{R} \right\}$. $(G, \times)$ est un groupe d'élément neutre

A

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

B

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

C

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

D

autre réponse

Q12

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. Les coordonnées du symétrique du point $M(0,0,1)$ par rapport au plan $(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$ sont :

A

$$(0, 3, -2)$$

B

$$(2, 1, -1)$$

C

$$(4, 2, -3)$$

D

$$(2, 2, 1)$$

Q13

Soit f une fonction continue sur $\mathbb{R}$. On considère les propositions suivantes :

A : « f est strictement positive » B : « f tend vers 0 en $+\infty$ » et

C : « f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ ». Alors

A $(A \text{ et } B) \Rightarrow C$

B $(A \text{ et } C) \Rightarrow B$

C $(B \text{ et } C) \Rightarrow A$

D $B \Rightarrow (A \text{ et } C)$

Q14

Soit a et b deux nombres réels tels que : $\frac{\ln(1+x)}{x} = \frac{a \ln(x)}{x} + \frac{b}{x^2} + o\left(\frac{1}{x^2}\right)$

Lorsque $x \rightarrow +\infty$ on a $a+b$ est égale à :

A -1

B 0

C 1

D autre réponse

Q15

Soit φ l'application de $M_n(\mathbb{R})$ dans $M_n(\mathbb{R})$ définie par $\varphi(M) = M + {}^tM$.
Le rang de φ est :

A n

B $\frac{n(n+1)}{2}$

C $\frac{n(n-1)}{2}$

D autre réponse

Q16

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan 2x - 2x \tan x}{(1 - \cos 2x)^2}$ est égale à :

A 2

B -2

C $\frac{1}{2}$

D $-\frac{1}{2}$

Q17	Soit A , B et C trois parties non vides d'un ensemble E : L'ensemble $\left[(A \cap \bar{B}) \cup (A \cap \bar{C}) \right] \cap \bar{A}$ égale à :
A	E
B	$A \cap B$
C	$A \cap C$
D	$B \cup C$

Q18	Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs d'un espace préhilbertien réel. On a : $\ \vec{u} + \vec{v}\ = \ \vec{u}\ + \ \vec{v}\ $ si et seulement si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont :
A	liés de même sens
B	liés de sens contraire
C	orthogonaux
D	autre réponse

Q19	Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sin(x) \ln(1+x)$ La formule de Tylor Young à l'ordre 3 en 0 de f est :
A	$x^2 - \frac{x^3}{2} + x^3 \varepsilon(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$
B	$x^2 + \frac{x^3}{6} + x^3 \varepsilon(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$
C	$-x^2 + \frac{x^3}{2} + x^3 \varepsilon(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$
D	$x - \frac{x^3}{2} + x^3 \varepsilon(x)$ avec $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$

Q20	$A \in GL_n(\mathbb{R})$. Si A est semblable à son inverse alors :
A	$Tr(A) = 0$
B	$ \det A = 1$
C	$A^2 = I_n$
D	autre réponse

Q21 Sachant que $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$. La valeur de $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{(2n-1)^2}$ est :

A $\frac{\pi^2}{12}$

B $\frac{\pi^2}{10}$

C $\frac{\pi^2}{8}$

D $\frac{\pi^2}{3}$

Q22 Soit φ un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ de rang p .
Le degré du polynôme minimal de φ est inférieur à :

A p

B $p+1$

C $n-p$

D $n-p+1$

Q23 Que vaut $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2) + 2\sin(y^2)}{x^2 + y^2}$?

A 3

B 2

C 4

D autre réponse

Q24 On considère sur $\mathbb{R}^2$ la forme différentielle $\omega = x dy - y dx$. Soient les points $A(-1;0)$, $B(1;0)$ et $C(0;1)$ et Γ le triangle direct ABC . L'intégrale $\int_{\Gamma} \omega$ est :

A -1

B 0

C 1

D 2

Q25 Le reste de la division euclidienne de $1234^{4321} + 4321^{1234}$ par 7 est :

- A 2
- B 3
- C 4
- D 5

Q26

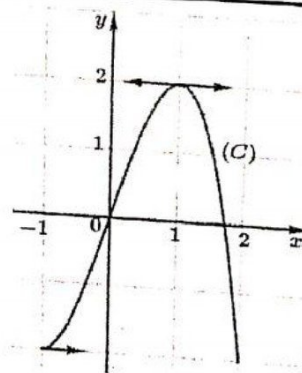
Soit z un nombre complexe non réel tel que $\frac{1+z+z^2}{1-z+z^2} \in \mathbb{R}$.

On a $|z|$ est égale à :

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4

(C) est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-1;2]$.

Q27 Si $g(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ alors $g'(1)$ est égale à :



- A -4
- B -2
- C 2
- D +4

Q28 Dans un groupe $(G, \times)$, l'inverse de xyz est :

- A $x^{-1}y^{-1}z^{-1}$
- B $z^{-1}y^{-1}x^{-1}$
- C $x^{-1}z^{-1}y^{-1}$
- D xyz

Q29

Le nombre de polynômes à coefficient entiers qui vérifient $P(5) = 18$ et $P(8) = 25$ est :

- A 4
B 3
C 2
D 0

Q30

Soit f la fonction numérique définie sur $[1; +\infty[$ par : $f(x) = \int_1^x \frac{\ln(t)}{1+t} dt$.

Pour tout $x \in [1; +\infty[$, $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ est égale à :

- A $\ln^2 x$
B $\frac{\ln^2(x)}{2}$
C $\frac{\ln^2(x)}{4}$
D $\frac{\ln^2(x)}{3}$

Q31

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ par : $f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$
On a alors la fonction f admet un :

- A minimum local en $(0;0)$
B maximum local en $(0;0)$
C maximum local en $(1;1)$
D minimum local en $(1;1)$

Q32

Soit la fonction $f: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(M) = \det M$

On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ et $H = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. On a $df_A(H)$ est égale à :

- A -3
B -2
C -1
D 0

On donne dans le tableau ci-dessous la moyenne et l'écart-type des séries de prix (en DH) relevés d'un sachet de chocolat dans deux magasins P et Q .

Q33

	La moyenne	L'écart-type
Magasin P	10,83	0,02
Magasin Q	12,72	0,12

Alors :

A

Dans le magasin P , 50 % des sachets de chocolats sont vendus avec moins de 10,83 DH.

B

Les prix des sachets de chocolats sont plus dispersés dans le magasin Q que dans le magasin P .

C

Dans le magasin Q , 75 % des sachets de chocolats sont vendus avec moins de 12,72 DH.

D

Dans le magasin Q , le prix d'un sachet de chocolat est environ 13 DH.

Q34

$GL_n(\mathbb{R})$ étant le groupe des matrices inversibles dans $M_n(\mathbb{R})$, on a :

A

$GL_n(\mathbb{R})$ est un fermé dense de $M_n(\mathbb{R})$

B

$GL_n(\mathbb{R})$ est un fermé non dense de $M_n(\mathbb{R})$

C

$GL_n(\mathbb{R})$ est un ouvert non dense de $M_n(\mathbb{R})$

D

$GL_n(\mathbb{R})$ est un ouvert dense de $M_n(\mathbb{R})$

Q35

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires.

Si $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 1$ et $\left\| \frac{\vec{u} + \vec{v}}{2} + \vec{u} \wedge \vec{v} \right\| = 1$. Alors :

A

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u} + \vec{v}\|$$

B

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \left\| \frac{\vec{u} - \vec{v}}{2} \right\|$$

C

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u} + 2\vec{v}\|$$

D

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \left\| \frac{\vec{u} + \vec{v}}{2} \right\|$$

Q36

Soit la fonction $f: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ telle que $f(M) = M^2$

On pose $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ et $H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. On a $dg_A(H)$ est égale à :

A

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

B

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

C

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

D

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Q37

Soit E un ensemble et A une partie non vide de E .

On définit une relation d'équivalence R sur $P(E)$ par : $XRY \Leftrightarrow X \cup A = Y \cup A$.

La classe d'équivalence de $X \in P(E)$ est :

A

$$\{(X \setminus A) \cup B / B \in P(A)\}$$

B

$$\{(X \setminus B) \cup A / B \in P(E)\}$$

C

$$\{X \cup B / B \in P(A)\}$$

D

$$\{X\}$$

Q38

Soit la forme quadratique $q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $q(x, y, z) = -4xz - y^2 + 3x^2$.

La forme polaire φ de q est définie, pour $u = (a, b, c)$ et $v = (x, y, z)$ par :

A

$$\varphi(u, v) = 2az + 2xc - 2by + ax$$

B

$$\varphi(u, v) = -2az - 2xc - by + 3ax$$

C

$$\varphi(u, v) = -2az - 2xc - xy + 3ab$$

D

$$\varphi(u, v) = 2az - 2xc - by + ax$$

Q39 E est un espace préhilbertien réel.
Soit u un vecteur non nul de E et P l'hyperplan orthogonal à u
Si x est un vecteur de E alors le projeté orthogonal de x sur P est :

A $\langle x|u \rangle .u$

B $\frac{\langle x|u \rangle}{\|u\|^2} .u$

C $x - \langle x|u \rangle .u$

D $x - \frac{\langle x|u \rangle}{\|u\|^2} .u$

Q40 On lance 128 fois de suite un dé équilibré à quatre faces numérotées de 1 à 4.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'on obtient la face portant le nombre 3. Alors X suit la loi :

A géométrique de variance 12

B binomiale de variance 24

C géométrique de variance 16

D binomiale de variance 32

Q41 Soit G un groupe cyclique d'ordre n engendré par x .
Les éléments x^2 et x^3 engendrent le même sous-groupe de G lorsque :

A n est impair

B n est pair

C n est premier avec 6

D n est un multiple de 6

Q42 Soit E un espace vectoriel dans lequel toute famille de 3 vecteurs est liée. Alors

A E est forcément de dimension finie et $\dim E \leq 3$

B E est forcément de dimension finie et $\dim E \leq 2$

C E est forcément de dimension finie et $\dim E \geq 3$

D autre réponse

Q43 Dans $\mathbb{R}$, on ne peut pas trouver de partie à la fois dense et

A ouverte

B fermée

C bornée

D de complémentaire dense

Q44 Soit f une fonction continue et bijective de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et A est une partie de $\mathbb{R}$. Alors on a :

A A dense $\Rightarrow f(A)$ dense et la réciproque est fausse

B $f(A)$ dense $\Rightarrow A$ dense et la réciproque est fausse

C A dense $\Leftrightarrow f(A)$ dense

D Autre réponse

Q45 Soit A une partie non vide de $\mathbb{R}^n$ et $A \neq \mathbb{R}^n$. Alors A ne peut pas être à la fois :

A ouverte et fermé

B ouverte et compacte

C fermée et compacte

D ouverte et bornée

Q46 Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs tels que :
 $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 1$; $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{3}$ et $\vec{w} - \vec{u} - 2\vec{v} = 3(\vec{u} \wedge \vec{v})$. La valeur de $\vec{w} \cdot \vec{v}$ est :

A $\frac{11}{2}$

B $\frac{9}{2}$

C $\frac{7}{2}$

D $\frac{5}{2}$

www.wadifa-info.com

Q47 Soit A une matrice de $M_n(\mathbb{R})$.
Laquelle de ces relations permet de dire que A est diagonalisable ?

A $A^2 + A + I_n = 0$

B $A^3 = A$

C $A^3 = -A$

D $(A - I_n)^2 = 0$

Q48 Soit ζ le cercle unité de $\mathbb{R}^2$. Si f est une fonction continue de ζ dans $\mathbb{Z}$ alors f est constante car :

A ζ est compact

B ζ est connexe par arcs

C ζ est dense

D ζ est complet

Q49 Quels groupes sont isomorphes ?

A $(\mathbb{C}, +)$ et $(\mathbb{C}^*, \times)$

B $(\mathbb{R}, +)$ et $(\mathbb{R}^*, \times)$

C $(\mathbb{Z}, +)$ et $(\mathbb{Q}, +)$

D $(\mathbb{Z}, +)$ et $(2\mathbb{Z}, +)$

Q50 On considère l'hyperbole (H) d'équation : $\frac{x^2}{4} - (y-2)^2 = 1$.
Les équations des asymptotes de (H) sont :

A $y = \frac{x}{2} - 2$ et $y = -\frac{x}{2} - 2$

B $y = \frac{x}{2} + 2$ et $y = -\frac{x}{2} + 2$

C $y = 2x - 1$ et $y = -2x + 1$

D $y = 2x + 1$ et $y = -2x - 1$

Q51 Si φ est un endomorphisme d'un espace vectoriel. On a toujours :

- A $\text{Ker } \varphi \subset \text{Ker } \varphi^2$
 B $\text{Ker } \varphi^2 \subset \text{Ker } \varphi$
 C $\text{Ker } \varphi = \text{Ker } \varphi^2$
 D $\text{Ker } \varphi \cap \text{Ker } \varphi^2 = \{0\}$

Q52 La série de fonctions $\sum n^\alpha e^{-nx}$ converge normalement sur $\mathbb{R}_+^*$ pour

- A $\alpha < 1$
 B $\alpha < 0$
 C $\alpha < -1$
 D pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$

Q53 Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ tel que : $f^2 \neq 0$ et $f^3 = 0$.
 Le rang de f^2 est égal à :

- A 1
 B 2
 C 3
 D autre réponse

Q54 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$\begin{cases} f(x, y) = 1 + e^x \ln(1 + x - 3y) \text{ si } (x, y) \neq (0, 0) \\ f(0, 0) = 1 \end{cases}$$

On a alors $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0) + \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ est égale à :

- A -2
 B -1
 C 1
 D autre réponse

Q55

Soit $x \in]-1;1[$, la somme de la série entière $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) x^n$ vaut :

A

$$-\frac{\ln(1+x)}{1-x}$$

B

$$\frac{\ln(1-x)}{1-x}$$

C

$$-\frac{\ln(1-x)}{1-x}$$

D

autre réponse

Q56

On considère la série statistique suivante :

La valeur	0	1	2	3	4
Effectif	10	18	24	8	15

Une valeur approximative du coefficient de variation est :

A

0,24

B

0,64

C

0,84

D

autre réponse

Q57

Soit $(u_n)_{n \geq 2}$ la suite définie par : $u_n = \frac{1}{1-n^2} + \frac{2}{1-n^2} + \dots + \frac{n}{1-n^2}$. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ est égale à

A

0

B

$$-\frac{1}{2}$$

C

$$\frac{1}{2}$$

D

$$\frac{3}{4}$$

Q58

On note par $(C_n(f))_{n \in \mathbb{Z}}$ la suite des coefficients de Fourier. Si f et g sont deux fonctions continues et 2π -périodiques de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$ telles que :
 $\forall n \in \mathbb{Z}, C_n(f) = C_n(g)$ alors :

- A $f = g$ par le théorème de Parseval
- B $f = g$ par le théorème de Dirichlet
- C $f = g$ par définition des séries de Fourier
- D On n'a pas nécessairement $f = g$

Q59

Soit F une fonction définie par : $F(x) = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{t^x + \cos(t)}$
le domaine de définition de F est :

- A $[0; +\infty[$
- B $]0; +\infty[$
- C $]1; +\infty[$
- D $]\frac{\pi}{2}; +\infty[$

Q60

Soit n un entier naturel tel que $1 \leq n \leq 61$. Si $n \equiv (30!)^2 + 71[61]$, alors n est égale à

- A 60
- B 30
- C 15
- D 9

Q61

Soit (Ω, P) un espace de probabilité fini, et soit E un événement de Ω tel que $P(E) > 0$. Pour tout événement F de Ω , $P_E(F) = P(F)$, si et seulement si

- A $0 < P(E) < \frac{1}{5}$
- B $\frac{1}{5} \leq P(E) < \frac{1}{2}$
- C $\frac{1}{2} \leq P(E) < 1$
- D $P(E) = 1$

Q62

Soit φ une fonction continue et positive sur $\mathbb{R}^+$, et y la solution du problème de Cauchy $y'(t) = \varphi(t)y(t)$ avec $y(0) = 2$.

A quelle condition $y(t)$ admet-elle une limite finie lorsque $t \rightarrow +\infty$?

A

φ est bornée sur $\mathbb{R}^+$

B

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = 0$

C

φ est de classe C^1

D

φ est intégrable sur $\mathbb{R}^+$

Q63

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \cos(\sin x)e^{\cos x}$.

Le développement en série de Fourier de la fonction f est :

A

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{n!}$$

B

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(nx)}{4n^2 - 1}$$

C

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(nx)}{n!}$$

D

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{4n^2 + 1}$$

Q64

Lequel des ensembles suivants est un idéal de $\mathbb{R}[X]$?

A

$$\{P \in \mathbb{R}[X]; P \text{ divise } X^5\}$$

B

$$\{P \in \mathbb{R}[X]; P(1) = 0\}$$

C

$$\{P \in \mathbb{R}[X]; P(0) = P(1)\}$$

D

$$\{P \in \mathbb{R}[X]; P(0) = P'(0)\}$$

Q65 Le nombre minimum de lancers d'une pièce de monnaie parfaitement équilibrée pour obtenir au moins une fois Face avec une probabilité supérieure ou égale à 0,999 est :
(On donne $1 \div \log 2 \approx 3,32$)

- A 9
- B 10
- C 20
- D 29

Q66 Soit $k \in]0;1[$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1+k) \times (1+k^2) \times \dots \times (1+k^{2^n})$ est égale à :

- A $\frac{k}{1-k}$
- B $\frac{1}{k}$
- C $\frac{1}{1-k}$
- D autre réponse

Q67 Une matrice symétrique réelle non nulle ne peut pas être :

- A inversible
- B diagonalisable
- C nilpotente
- D orthogonale

Q68 Soit E l'ensemble des fonctions continues de $[0;1]$ dans $\mathbb{R}^+$ telles que $\int_0^1 f^2(t) dt = 1$. On a $\sup_{f \in E} \int_0^1 xf(x) dx$ est égal à :

- A $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- B $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- C $\frac{1}{3}$
- D autre réponse

Soient a un nombre réel et f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

Q69
$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x} - \frac{2}{e^{2x} - 1}; \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = a \end{cases}, f \text{ est continue en } 0 \text{ si } a \text{ est égale à :}$$

A -1

B 0

C $\frac{1}{2}$

D 1

Q70 On pose : $M = \begin{pmatrix} 1 & \sin x & \cos x \\ 1 & \sin y & \cos y \\ 1 & \sin z & \cos z \end{pmatrix}$ où $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. $\det M$ est égale à :

A $4 \sin\left(\frac{y+x}{2}\right) \sin\left(\frac{z+x}{2}\right) \sin\left(\frac{y+z}{2}\right)$

B $4 \sin(y+x) \sin(z+x) \sin(y+z)$

C $4 \sin(y-x) \sin(z-x) \sin(y-z)$

D $4 \sin\left(\frac{y-x}{2}\right) \sin\left(\frac{z-x}{2}\right) \sin\left(\frac{y-z}{2}\right)$

Q71 Soit $x \in \mathbb{R}^+$. On a $\sum_{n \geq 0} \frac{x^{3n}}{(2n)!}$ est égale à :

A $\cos(x^3)$

B $ch\left(x^{\frac{3}{2}}\right)$

C $e^{\frac{x^3}{2}}$

D $\frac{1}{1-x^3}$

Q72	Soient E et F deux événements liés à une même expérience aléatoire. Si $P(E) = \frac{1}{3}$; $P(F) = \frac{2}{5}$ et $P(E \cap \bar{F}) = \frac{1}{6}$ alors $P(\bar{E} \cap \bar{F})$ est égale à :
A	$\frac{7}{30}$
B	$\frac{11}{30}$
C	$\frac{13}{30}$
D	$\frac{19}{30}$

Q73	Soit $a \in]1; +\infty[$. La valeur de l'intégrale $\int_{e^{2a}}^{+\infty} \frac{2a}{x(\ln^2 x - a^2)} dx$ est égale à :
A	$-\ln 2$
B	$-\ln 3$
C	$\ln 2$
D	$\ln 3$

Q74	Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ avec $f' > 0$. La dérivée de la fonction $g : x \mapsto \int_{f(0)}^{f(x)} f^{-1}(t) dt$ est :
A	$x \mapsto x f'(x)$
B	$x \mapsto x$
C	$x \mapsto f^{-1}(x)$
D	$x \mapsto f'(x) f^{-1}(x)$

www.wadifa-info.com

Q75

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x\sqrt{3}} \sin x$.
La dérivée nième $f^{(n)}(x)$ de la fonction f est égale à :

A $2^n e^{x\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{n\pi}{3}\right)$

B $2^n e^{x\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{n\pi}{6}\right)$

C $(\sqrt{3})^n e^{x\sqrt{3}} \cos\left(x + \frac{n\pi}{3}\right)$

D $2^n e^{x\sqrt{3}} \sin\left(x + \frac{n\pi}{6}\right)$.

Q76

Soit F un sous-espace de l'espace euclidien E , x un vecteur de E et $p(x)$ le projeté orthogonal de x sur F . On a :

A $\|x\|^2 + \|p(x) - x\|^2 = \|p(x)\|^2$

B $\|p(x)\|^2 + \|p(x) - x\|^2 = \|x\|^2$

C $\|x\|^2 + \|p(x)\|^2 = \|p(x) - x\|^2$

D $\|x\|^2 + \|p(x)\|^2 = \|p(x) + x\|^2$

Q77

Soit A un anneau commutatif et I un idéal de A .

L'ensemble J des éléments x de A pour lesquels il existe $n \geq 1$ tel que $x^n \in I$

A est un idéal de A

B Seulement un sous-groupe additif de A

C n'a aucune structure particulière

D autre réponse

Q78

On ne peut pas trouver de base de $M_n(\mathbb{C})$ formée de matrices

A diagonalisables

B inversibles

C de rang 1

D nilpotentes

Q79

Soit f une fonction différentielle au point a et $f'(a) \neq 0$.

On a :

A

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a-h)}{h} = -f'(a)$$

B

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a+h)}{h} = f'(a)$$

C

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h} = -f'(a)$$

D

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h) - f(a+h)}{h} = 3f'(a)$$

Q80

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^5 + x + 5$ La valeur de $\int_5^7 f^{-1}(x) dx$ est égale à :

A

$$\frac{1}{2}$$

B

$$\frac{2}{3}$$

C

$$\frac{3}{4}$$

D

$$\frac{4}{3}$$

Q81

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ avec $b \neq 0$ Si $M^3 = I_2$, alors la valeur de $a + d$ est égale à :

A

$$-1$$

B

$$0$$

C

$$1$$

D

$$2$$

Q82	Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ ($n > 2$), P_f son polynôme caractéristique et π_f son polynôme minimal.
A	Si $\pi_f(X) = X^2 - X$ alors f est nilpotent.
B	Si f est une projection alors $\pi_f(X) = X^2$
C	Si $\pi_f(X) = X^2$ alors f n'est pas diagonalisable.
D	Si $\pi_f(X) = X^2 - X$ alors f n'est pas diagonalisable.

Q83	On a $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{+\infty} \frac{n(1+nx)}{(1+x)^n} dx$ est égale à :
A	1
B	2
C	3
D	4

Q84	Soit X une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de paramètre $\ln 3$. Alors $E\left(\frac{1}{1+X}\right)$ est égale à :
A	$\frac{2}{3\ln 3}$
B	$\frac{1}{2\ln 3}$
C	$\ln 3$
D	$\frac{\ln 3}{3}$

Q85	Soit u un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$ tel que : $\mathbb{R}^n = \text{Ker}(u^2 - \text{Id}) \oplus \text{Ker}(u^3 - \text{Id})$. On peut affirmer que :
A	u est diagonalisable
B	Le spectre de u est $\text{Spe}(u) = \{-1; 1\}$
C	$1 \notin \text{Spe}(u)$
D	cette situation n'est pas possible car $\text{pgcd}(X^2 - 1, X^3 - 1) \neq 1$

Q86

On considère les assertions suivantes : P : « f est continue sur $\mathbb{R}$ »
 Q : « la restriction de f à $\mathbb{R}^{+*}$ est continue sur $\mathbb{R}^{+*}$ et la restriction de f à $\mathbb{R}^{-}$ est continue sur $\mathbb{R}^{-}$ » .
Alors :

- A Il n'y a aucune implication entre P et Q
B On a l'équivalence $P \Leftrightarrow Q$
C On a uniquement $Q \Rightarrow P$
D On a uniquement $P \Rightarrow Q$

Q87

Soient $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$, on note q le quotient de la division euclidienne de $a - 1$ par b .

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, le quotient de la division euclidienne de $(ab^n - 1)$ par b^{n+1} est :

- A 1
B q
C qb
D qb^{n+1}

Q88

La valeur de l'intégrale $\iint_R x^2 dx dy$

lorsque $R = \{(x, y) / x \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$ est :

- A $\frac{2\pi}{3}$
B $\frac{3\pi}{4}$
C $\frac{3\pi}{2}$
D $\frac{4\pi}{3}$

Q89 On appliquant le théorème des accroissement finis à la fonction $f: x \mapsto \arctan x$, entre 0 et h , on montre l'existence d'un unique θ tel que $f(h) = hf'(\theta h)$.
 $\lim_{h \rightarrow 0} \theta$ est égale à :

A $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

D $\sqrt{\frac{3}{2}}$

Q90 On considère les points $A(1;0)$ et $B(-1;0)$ du plan $\mathbb{R}^2$.
 L'ensemble des points M tels que $MA + MB = 1$ est :

A une ellipse

B un hyperbole

C un point

D vide

Q91 Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ où $n \in \mathbb{N}$.
 Si n est impair et $A^2 = A - I_n$ alors $\det(A)$ est égale à :

A -1

B 0

C 1

D 2

Q92 Soient A et B deux matrices de $M_2(\mathbb{R})$ telles que $B + A^{-1}BA = 0$.
 On a $(A + B)^2$ est égale à :

A 0

B $A^2 + B^2$

C $A^2 + 2AB + B^2$

D $A + B$

Q93

Soit G un groupe fini de cardinal n et d'élément neutre e et $a \in G$. Laquelle des conditions suivantes ne permet pas de dire que a engendre G ?

A

G est cyclique

B

$a^k \neq e$ pour $1 \leq k < n$

C

a^2 engendre G

D

$\{k \in \mathbb{Z} / a^k = e\} = n\mathbb{Z}$

Q94

On lance indéfiniment une pièce de monnaie équilibrée. On note X le nombre de lancers nécessaires afin d'obtenir pour la première fois « Face ».

On a $P(X \leq 3)$ est égale à :

A

$\frac{3}{8}$

B

$\frac{5}{8}$

C

$\frac{7}{8}$

D

1

Q95

L'aire de la région du plan suivante $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \leq x \leq y^2, 1 \leq y \leq 2\}$ est égale à :

A

0

B

$\frac{5}{6}$

C

$\frac{3}{4}$

D

Q96

Pour prouver qu'un sous-groupe non nul G de $\mathbb{Z}$ soit de la forme $n\mathbb{Z}$, comment construit-on n à partir de G ?

A

$n = \min(G \cap \mathbb{N}^*)$

B

$n = \text{pgcd}\{x, x \in G\}$

C

$n = \text{Card}G$

D

$n = \inf(\mathbb{N}^* \setminus G)$

Q97	Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite de réels strictement positifs. Laquelle des conditions suivantes permet de dire que $(u_n)_{n \geq 0}$ est strictement décroissante à partir d'un certain rang ?
A	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
B	$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_{n+1} - u_n) = 0$
C	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$
D	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2}$

Q98	La dimension de l'espace des polynômes réels P de degré inférieur ou égal à 4 tels que $\int_0^1 P(x) dx = 0$ est :
A	2
B	3
C	4
D	5

Q99	Dans le groupe symétrique S_5 , le nombre d'éléments qui engendrent un sous-groupe de cardinal 2 est :
A	10
B	25
C	40
D	60

Q100	Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $A \in M_n(\mathbb{R})$ telles que : $A^4 + A^3 + 2A^2 + A + I_n = 0$. On a :
A	$Tr(A) \in \mathbb{N}$
B	n est pair
C	$n \equiv 0[3]$
D	autre réponse