

التمرين الأول

يتم الاتصال بطبيب بمنزله عن طريق الهاتف.
إذا كان الطبيب غائبا فإنه يشغل مباشرة العلبة الصوتية.
إذا كان حاضرا، فإنه يشغلها مرة من بين ثلاث مرات.
عندما يتصل مريض بالطبيب فإن له أربعة حظوظ على خمسة ليصادف العلبة الصوتية و حظ واحد على خمسة ليجيبه الطبيب.
نرمز $p(R)$ لإحتمال الحدث R ، ونرمز $p(R/M)$ لإحتمال الحدث R علما أن الحدث M محقق.
نعتبر الأحداث التالية :

R : المريض صادف العلبة الصوتية.

M : الطبيب حاضرا.

$\bar{M}$: الحدث المضاد للحدث M .

(1) احسب الإحتمالات : $p(R)$ و $p(R/M)$ و $p(R/\bar{M})$.

(2) احسب $p(M)$.

(3) يتصل مريض فيصادف العلبة الصوتية. احسب احتمال أن يكون الطبيب حاضرا.

التمرين الثاني

(1) حل في C مجموعة الأعداد العقدية المعادلة : $z^2 - 2z \cos \theta + 2 \cos^2 \theta = 0$ حيث θ بارمتر حقيقي و $\theta \in [-\pi; +\pi]$ نرمز ب z_1 و z_2 لحلي هذه المعادلة .

(2) اكتب كلا من z_1 و z_2 على الشكل الأسّي.

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على IR بمايلي : $f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{e^x + 1}$ حيث n عدد صحيح طبيعي.

ولتكن C_n التمثيل المبياني للدالة f_n في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (الوحدة: 5 cm).

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمايلي :

$$u_n = \int_0^1 f_n(x) dx$$

I- أدرس الدالة f_0 من أجل $n=0$

II - نفترض أن $n \geq 1$.

(1) أ- ادرس نهايات f_n عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى C_n بجوار $+\infty$ و بجوار $-\infty$.

(2) ادرس تغيرات f_n ثم أعط جدول تغيراتها.

(3) بين أن النقطة $I(0; \frac{1}{2})$ تنتمي لجميع المنحنيات C_n .

(4) أنشئ C_0 و C_1 محدد المماس عند النقطة I للمنحنيين.

$$III - (1) \text{ لكل } n, \text{ نضع : } v_n = \int_0^1 e^{-nx} dx$$

أ- احسب v_n بدلالة n .

ب- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} n v_n$.

(2) أ- تحقق أن لكل x من المجال $[0;1]$ لدينا : $2 \leq e^x + 1 \leq 2e^x$

ب- استنتج أن لكل n لدينا : $\frac{1}{2} v_{n+1} \leq u_n \leq \frac{1}{2} v_n$

ج- حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} n u_n$.