

**Concours d'accès
en 1^{ère} du cycle normal de l'Institut Supérieur
des Etudes Maritimes au titre de l'année académique 2007/2008**

Epreuve : **Mathématiques**
Durée : **2 Heures**

EXERCICE 1

Soit la suite numérique réelle u_n définie par : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \text{Log} \frac{n+1}{n}$

$\mathbb{N}^*$: l'ensemble des entiers naturels privé de 0 ;

Log : logarithme népérien

- 1- Calculer $u_{n+1} - u_n$ et en déduire si la suite u_n est croissante ou décroissante

On pose $v_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

- 2- Calculer v_n en fonction de n
3- Calculer la limite de v_n lorsque n tend vers l'infini. La suite v_n est elle convergente ?

On pose $w_n = u_n + u_{n+1} + u_{n+2} + \dots + u_{2n}$

- 4- Calculer w_n en fonction de n
5- Calculer la limite de w_n lorsque n tend vers l'infini. La suite w_n est elle convergente ?

EXERCICE 2

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormal direct (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$).

- 6- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^3 - 8 = 0$

On considère dans le plan (P) les points A, B et C d'afixes respectives :

$$z_A = -1 + i\sqrt{3} \quad ; \quad z_B = 2 \quad ; \quad z_C = -1 - i\sqrt{3}$$

- 7- Ecrire z_A et z_C sous la forme trigonométrique.

- 8- Déterminer la nature du triangle ABC.

On considère l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M'

d'affixe $z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} z$

- 9- Déterminer les images des points A et C par f .

- 10- En déduire l'image de la droite (AC) par f .

EXERCICE 3

Calculer les intégrales suivantes :

✓ 11- $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \operatorname{Arc} \cos x \, dx$

✓ 12- $\int_1^{\sqrt{3}} x \operatorname{Arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x} \, dx$

✓ 13- $\int_1^{\sqrt{2}} x \operatorname{Arc} \operatorname{six} \frac{1}{x} \, dx$

✓ 14- $\int_0^x \tan^2 t \, dt$

EXERCICE 4

Soit la fonction numérique $f_k(x) = -x \operatorname{Log}(kx)$ où $k \in \mathbb{R}^*$

15- Donner le domaine de définition de f_k

16- Calculer $\frac{d}{dx}[f_k(x)]$

17- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f_k(x)$

EXERCICE 5

Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

✓ 18- Déterminer le domaine de définition de f

✓ 19- Déterminer les équations asymptotes à la courbe de f

✓ 20- Déterminer l'équation de l'axe de symétrie à cette courbe **non**