Université Sidi Mohamed Ben Abdellah
Faculté des Sciences et Techniques Fes

Année 2017/2018

Examen Master Mathématiques et Applications aux Calculs Scientifiques

Epreuve d'Analyse

Exercice 1: Soit f l'application définie sur $\mathbb{R}^2$ par :

$$f(x,y) = \frac{xy^2}{2} + \frac{x^3}{3} - 4x + y^2$$

Soit l'équation $f(x.y) = 7$. Montrer qu'elle définit implicitement au voisinage de (3.2) une fonction $y = \varphi(x)$ et calculer l'équation de la droite tangente $y = \varphi(x)$ en $x = 3$.

Exercice 2 (lemme de Gronwalle) : Suppososn qu'une fonction x de classe $C^1(I.\mathbb{R})$ où I est un intervalle de $\mathbb{R}$. vérifie:

$$x'(t) \leq a(t)x(t) + b(t)$$

où a et b sont des fonctions continues sur I dans $\mathbb{R}$ et $x(t_0) = x_0$ pour tout $t_0 \in I$.
Posons $\varphi(t.t_0) = \int_{t_0}^{t} a(s)ds$. Montrer que

$$x(t) \leq x(t_0)exp(\varphi(t.t_0)) + \int_{t_0}^{t} (\varphi(t.s))b(s)a(s)ds$$

Exercice 3: Soit x un réel quelconque. soit $g_x : \theta \to g_x(\theta)$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par la relation

$$g_x(\theta) = e^{x\cos\theta}$$

1- Démontrer qu'il existe une unique suite $(U_n)_{n\geq 0}$ d'applications réelles définies sur $\mathbb{R}$. $x \to U_n(x)$ telle que la relation ci dessous ait lieu :

$$g_x(\theta) = U_0(x) + 2\sum_{n=1}^{\infty} U_n(x)\cos(n\theta)$$

2 Préciser la nature de la convergence de la série.
3- Comparer le réel $U_n(x)$ à la valeur de l'intégrale $\int_0^{\Pi} e^{x\cos t}\cos(nt)dt$.
4- Démontrer que $(U_n(x))^2_{n\geq 1}$ est convergente (preciser la nature de la convergence).
5- Calculer $V(x) = \sum_{n=1}^{\infty}(U_n(x))^2$.
6- Pour quelles valeurs de l'entier n. U_n est elle paire ou impaire?
7- Montrer que pour tout n. $U_n \in C^{\infty}(\mathbb{R})$.
8- Comparer U_0' et U_n'. $n \geq 1$ respectivement aux fonctions U_1 et $U_{n+1} + U_{n-1}$.
9- On pose $U_{-n} = U_n$. montrer que $U_n(x+y) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} U_p(x)U_{n-p}(x)$.(facultatif)

Scanned by CamScanner
Scanné avec CamScanner
wadifa-info.com
نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2950 - Wadifa Info - page 1/5

كلية العلوم و التقنيات فاس
ⵜⴰⵖⵉⵡⴰⵏⵜ ⵏ ⵜⵎⴰⵙⵙⴰⵏⵉⵏ ⴷ ⵜⵙⵏⵉⴳⵉⵜⵉⵏ
Faculté des Sciences et Techniques de Fès

جامعة سيدي محمد بن عبد الله
ⵜⴰⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⵙⵉⴷⵉ ⵎⵓⵃⵎⵎⴰⴷ ⴱⵏ ⵄⴱⴷⵓⵍⵍⴰⵀ
Université Sidi Mohamed Ben Abdellah

Concours d'accès en Première Année du Cycle Master
Sciences et Techniques
MACS
Epreuve d'Algèbre
Durée : 45 mn

Exercice 1 *Soit A la matrice*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & \frac{3}{2} \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. *Montrer qu'il existe une matrice inversible P telle que $T = P^{-1}AP$ où* $T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. *Soit B la matrice, $B = T - I_4$. Calculer B^2, B^3 et B^4. En déduire le calcul de T^n pour $n \geq 4$.*
3. *En déduire le calcul de A^n pour $n \geq 4$.*

Exercice 2 *Soit $\mathbb{R}_n[X]$ l'espace vectoriel des polynômes réels de degré inférieur ou égal à n $(n \geq 1)$. Pour tous $P, Q \in \mathbb{R}_n[X]$, on pose*

$$B(P,Q) = \int_0^1 tP(t)Q'(t)dt \text{ et } q(P) = B(P,P).$$

($Q'(t)$ désigne la dérivée première de $Q(t)$).

1. *Montrer que B est une forme bilinéaire. Est-elle symétrique ? anti-symétrique ?*
2. *Montrer que q est une forme quadratique. La forme q est-elle définie ? Si ce n'est pas le cas, exhiber un vecteur isotrope non nul.*
3. *Calculer la matrice de q dans la base $B_n = (1, X, ..., X^n)$.*
4. *Pour $n = 2$, déterminer la signature de q. La forme q est-elle positive ? négative ?*
5. *Déterminer une base de $\mathbb{R}_2[X]$ qui soit q-orthogonale.*

13-07-2018

Scanned by CamScanner

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2950 - Wadifa Info - page 2/5

13/07/2018

Concours d'entrée à la filière master MACS
Pour l'année universitaire 2018/2019

Exercice 1. (5pts = 3pts +2 pts)
On considère le (PL) suivant :

$$(P)\begin{cases} Min \quad z = -50x - 30y \\ 10x + 6y \le 45 \\ 4x + 6y \le 36 \\ 2x + 6y \le 27 \\ x,\ y \ge 0 \end{cases}$$

1) En utilisant la méthode tabulaire du simplexe, montrer que le problème (P) admet deux solutions optimales ;
2) Donner trois solutions distinctes de (P).

Exercice 2. (5pts = 3pts +2 pts) Appliquer la méthode des deux phases du simplexe pour résoudre le problème suivant :

$$(P)\begin{cases} Max \quad z = 6x_1 + 3x_2 + 4x_4 \\ sujet\ à \\ \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 30 \\ \quad 3x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 \le 20 \\ \quad x_2 \ge 4 \\ \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2950 - Wadifa Info - page 3/5

Concours : Master Mathématiques et Applications au Calcul Scientifique. 2017-2018.
Epreuve : Topologie et intégration
Durée : 1 heure

A) Exercice de topologie

Soit (E, d) un espace métrique et soient A et B deux parties non vides fermées de E vérifiant $d(A, B) \neq 0$.

Pour tout u dans E on pose : $f(u) = \dfrac{d(u,A)}{d(u,A)+d(u,B)}$

a) Démontrer que f est une fonction de E dans R telle que : $f_{|A}=0$, $f_{|B}=1$ et pour tout u dans E, $0 \leq f(u) \leq 1$.

b) Démontrer qu'on a $\forall u, v \in E : |f(u)-f(v)| \leq \dfrac{d(u,v)}{d(A,B)}$

B) Exercice d'intégration

On note M(X, B) l'ensemble des applications numériques sur X B-mesurables. Soit M(X, B, μ) un espace mesuré et $f \in M(X, B)$

a) Montrer que, si f est positive, pour tout $t > 0$, on a

$$\mu\{f \geq t\} \leq \frac{1}{t}\int_{\{f \geq t\}} f d\mu \leq \frac{1}{t}\int f d\mu.$$

b) Soit $(A_n)_{n \geq 1}$ une suite décroissante d'éléments de B telle que $\lim_{n\to+\infty} \mu(A_n) = 0$.

Montrer que si f est intégrable alors $\lim_{n\to+\infty} \int_{A_n} f d\mu = 0$ *et en particulier* $\lim_{n\to+\infty} \int_{\{|f| \geq n\}} f\, d\mu = 0$

c) On suppose que f est positive et intégrable. Montrer que

i) $a\mu(\{f > a\}) \xrightarrow[a\to+\infty]{} 0$

ii) $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \quad \forall A \in B \quad \mu(A) < \delta \rightarrow \int_A f d\mu < \varepsilon.$

Scanned by CamScanner
wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو
Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/2950 - Wadifa Info - page 4/5

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج سلك الدكتوراه - جامعة مولاي إسماعيل - القانون العام والقانون الخاص - دورة 02

Modèle de concours d'accès au cycle du doctorat – Université Moulay Ismaïl – Droit public et droit privé – 2 novembre 2019

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/666

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me