

Nom :
Prénom :
CNE :
N° Examen:

دولة المغربية
وزارة الفلاحة والصيد البحري
المدرسة الوطنية للفلاحة
مكناس

مباراة ولوج السنة الأولى

مادة الرياضيات

مدة الانجاز : ساعة واحدة

28 يوليو 2015

توجيهات :

- ✓ يمكن للمرشح أن يختار أي تدرج يراه مناسبا لمعالجة التمارين.
- ✓ بالنسبة لكل سؤال (Qi) يتم الجواب داخل الخيز المخصص له
- ✓ بالنسبة لكل سؤال (Qi) يتم الجواب بوضوح و إيجاز
- ✓ مثال: بين أن المتتالية $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بـ $w_n = 2n + 3$ حسابية .
- $w_{n+1} = w_n + 2 \Rightarrow (w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حسابية أساسها 2 .
- ✓ يمنع استعمال الآلة الحاسبة.
- ✓ تؤخذ بعين الاعتبار، عند التصحيح، دقة الصياغة وجودة التحرير.
- ✓ يمنع استعمال القلم الأحمر على ورقة التحرير.

التمرين الأول: الأعداد العقدية (7 نقط)

في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلتين: $z^2 = -8i$ ، $z^3 = -8i$ ونضع: $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$
المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$

Q1 بين أن: $(1+i)^6 = -8i$

Q2 استنتج من السؤال Q1 حلا للمعادلة: $z^2 = -8i$

$z_1 =$

Q3 أعط في المجموعة $\mathbb{C}$ حلي المعادلة: $z^2 = -8i$

الشكل الجبري: $z_1 =$ ، $z_2 =$

الشكل المثلثي: $z_1 =$ ، $z_2 =$

Q4 استنتج من السؤال Q1 حلا للمعادلة: $z^3 = -8i$

$z_3 =$

Q5 بين أن حلول المعادلة: $z^3 = -8i$ هي z_3 ، jz_3 و j^2z_3

Q6 في المستوى العقدي نعتبر النقاط A و B و C التي أحاقها على التوالي: z_3 و jz_3 و j^2z_3

بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع:

التمرين الثاني: المتتاليات العددية (7 نقط)

المتتاليتان العدديتان $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفتان بما يلي:
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \sqrt{u_n^2 + 12} \end{cases}$$
 و $v_n = u_n^2 - 4$ لكل $n \in \mathbb{N}$

Q7 إذا كانت المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ مقاربة حدد نهايتها:

Q8 بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية:

Q9 حدد v_n بدلالة n ، لكل $n \in \mathbb{N}$

$v_n =$

Q10 حدد u_n بدلالة n ، لكل $n \in \mathbb{N}$

$u_n =$

Q11 احسب $\sum_{k=1}^{K=n} u_k^2$ بدلالة n ، لكل $n \in \mathbb{N}$

التمرين الثالث: الدوال العددية (6 نقاط)

دالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = e^x - \left(\frac{x^2}{2} + x + 1\right)$

(1) احسب : $g'(x)$ (مع المشتقة الأولى للدالة g)

$$g'(x) = \dots\dots\dots$$

Q13 باستعمال متحى الدالة e^x بين أن $g'(x) \geq 0$

Q14 استنتج إشارة $g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

$$\int_0^1 e^{-x} dx \geq \frac{43}{30} \quad \text{بين أن Q15}$$

$$\left(\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) \text{ نذكر بأن : لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \quad e^{n+1} - 1 \geq \frac{1}{12}(e-1)(n+1)(2n^2 + 7n + 12) \quad \text{استنتج أن Q16}$$