

FONDATION DE LA MOSQUEE
HASSAN II DE CASABLANCA
ACADEMIE DES ARTS TRADITIONNELS
Concours d'accès en 1^{ère} année
Année Académique 2019/2020

Epreuve de Mathématiques		Durée : 1h.
L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée		
1 1 1,5 1,5 1 1 1		Soit (U_n) la suite définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{-1+3U_n}{2U_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ 1) a) Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 1 = \frac{-1+U_n}{2U_n}$ b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > 1$ 2) Soit (V_n) la suite définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad V_n = \frac{-1+U_n}{-1+2U_n}$ a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ b) En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad V_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ c) Montrer que : $U_n = \frac{-1+V_n}{-1+2V_n}$ d) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.
2 2 1 1 1 1 1 2		Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie par : $f(x) = \ln(x) + x - \frac{1}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ 1) Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ 2) a) Montrer que : $(\forall x > 0) \quad f'(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2}$ b) En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}_+$ 3) Vérifier que l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1 à (C_f) est : $y = 3x - 3$ 4) Montrer que (C_f) admet une branche parabolique dont la direction est celle de la droite (D) D'équation : $y = x$. 5) Tracer : (T) et (C_f)
3 1 1,5 1 1,5		Dans une zone à bâtir en forme de trapèze ABCD rectangle en A et B , on veut construire un bâtiment rectangulaire APQR (voir figure) Connaissant les dimensions du trapèze : AB=6 ; BC=2 et AD=5 On veut calculer les dimensions de APQR pour que son aire soit maximale . 1) On pose AP=x et AR=y a) Vérifier que : $x \in [0; 6]$ b) Montrer que : $y = \frac{10-x}{2}$ 2) Préciser l'aire $f(x)$ du rectangle APQR en fonction de x 3) En déduire l'aire maximale de APQR .