

**CONCOURS D'ACCES EN PREMIERE ANNEE
DU CYCLE D'INGENIEURS D'ETAT
15 Juillet 2008**

**Epreuve de PHYSIQUE
(Durée :2 h 30mn)**

Avertissement

- Les 3 exercices sont indépendants et doivent être traités sur des feuilles séparées.
- L'appréciation des copies tient compte de la rigueur, de la clarté des raisonnements et de la présentation.
- Encadrer vos résultats.
- Ecrire avec un stylo à bille ou à encre, bleu ou noir.

Exercice 1.

Un fil rectiligne, représenté par un modèle infini, de direction Oz , porte des charges électrostatiques positives réparties uniformément avec la densité linéique λ (figure 1). Un point M de l'espace est repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) , le trièdre direct $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ constitue la base locale cylindrique. $HM = r$.

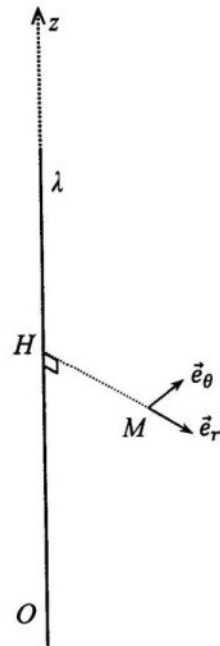


Figure 1

- 1) A l'aide des propriétés de symétrie, justifier que le champ électrostatique associé à cette distribution de charges, s'écrit $\vec{E}(M) = E(M)\vec{e}_r$.
- 2) En exploitant les invariances de la distribution, justifier que le champ $E(M)$ ne dépend que de r .
- 3) Par application du théorème de GAUSS, déterminer le vecteur champ électrostatique $\vec{E}(M)$.
- 4) En déduire, à une constante près, le potentiel électrostatique $V(M)$ créé en M par le fil.

Deux fils rectilignes « infinis » L_1 et L_2 , distants de d et parallèles à l'axe Oz portent des charges réparties uniformément avec les densités linéiques $-\lambda$ et λ .

Le plan perpendiculaire aux deux fils passant par O , est repéré par les axes Ox et Oy . O est le milieu du segment O_1O_2 , O_1 et O_2 étant les traces respectives dans ce plan des fils L_1 et L_2 (figure 2).

On rapproche les deux fils, de telle sorte qu'au cours de l'opération, le produit λd reste constant et égal à K , avec $OM = r \gg d$.

- 5) Établir dans ces conditions une expression approchée du potentiel $V(M)$ créé par les deux fils au point M du plan situé aux distances r_2 de O_2 et r_1 de O_1 .
- 6) Exprimer $V(M)$ en fonction des coordonnées polaires r et θ de M . On prend $V(O) = 0$.
- 7) Indiquer la nature des traces dans le plan (xOy) des surfaces équipotentielles autres que $V=0$.
- 8) Soit $\vec{E}(M)$ le vecteur champ électrostatique qui dérive du potentiel $V(M)$. On rappelle qu'en coordonnées cylindriques le gradient d'un champ scalaire $f(M)$ s'écrit $\vec{\text{grad}}f(M) = \frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{e}_z$.
 - a) Déterminer l'expression de $\vec{E}(M)$ dans la base cylindrique.
 - b) Établir l'équation des lignes $\|\vec{E}(M)\| = \text{cste}$

- c) Quelle est la nature de ces lignes ?
d) Déterminer l'angle $\alpha = (Ox, \vec{E}(M))$ en fonction de θ .

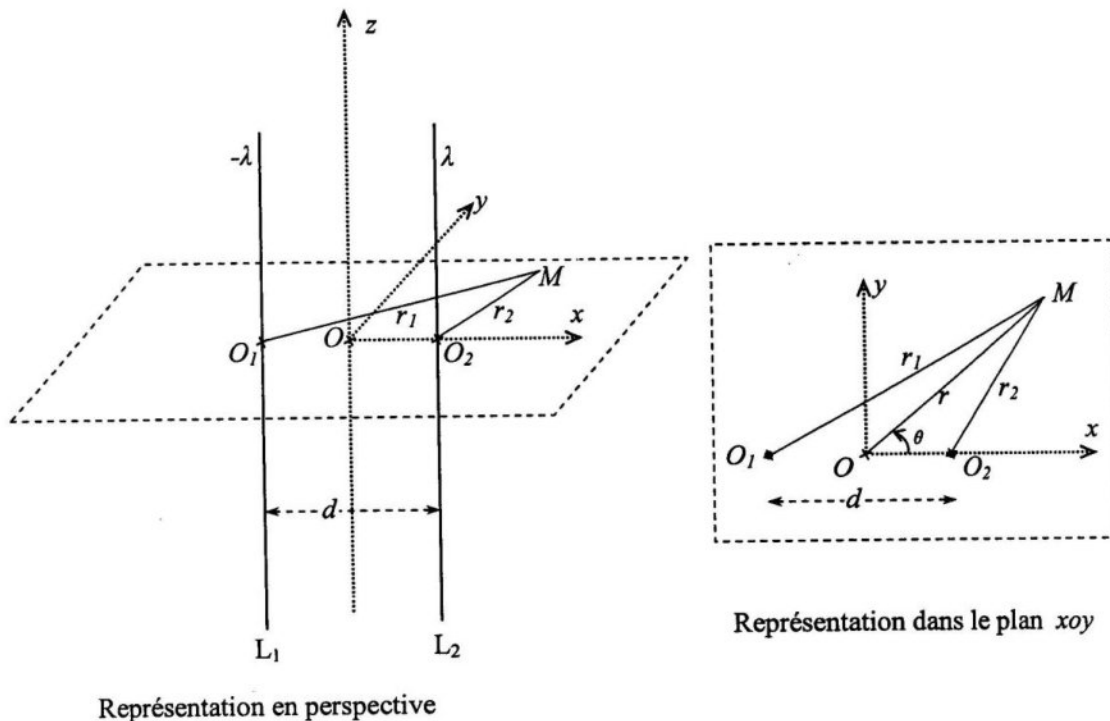


Figure 2

Exercice 2

Le circuit de la figure 3 est alimenté entre ses bornes "d'entrée" A et B par un générateur qui délivre à l'instant t la tension $u_e(t)$. Cette tension, sinusoïdale, a pour amplitude complexe $\underline{U}_e$, et pour pulsation ω .
En sortie", entre les bornes A_1 et B_1 , est placé un dipôle D d'impédance complexe $\underline{Z}$.

- 1) Calculer en fonction de L , C , ω et $\underline{Z}$ l'impédance complexe $\underline{Z}_e$ du circuit vue entre les bornes A et B (impédance d'entrée). j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

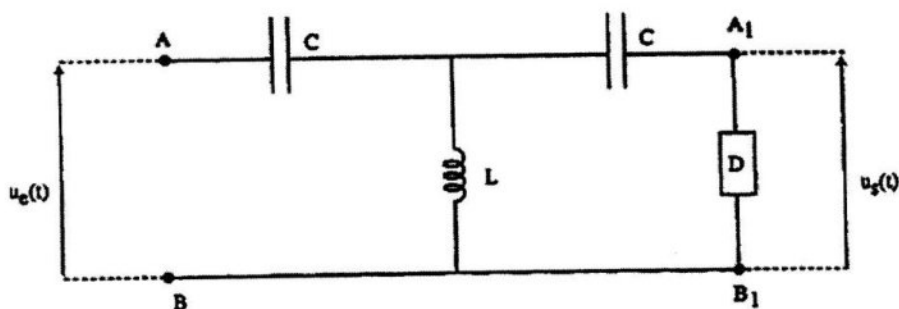


Figure 3

- 2) En déduire la valeur de $\underline{Z}$ pour laquelle $\underline{Z}_e = \underline{Z}$ (appelée alors impédance itérative).
- 3) Compte tenu du résultat de la question précédente, indiquer le domaine des pulsations pour lesquelles $\underline{Z}$ a un comportement résistif ($\underline{Z}$ réel positif), quelle que soit la pulsation dans ce domaine. On donne $L = 1\text{mH}$ et $C = 0,2\mu\text{F}$.

Dans toutes les questions suivantes, on prend comme valeur de $\underline{Z}$ celle qui correspond à l'expression de la question précédente pour les très hautes fréquences ($\omega \rightarrow \infty$).

- 4) Donner la valeur numérique de la résistance R_0 ainsi obtenue.
- 5) Examiner le comportement du circuit pour $\underline{Z} = R_0$, pour $\omega = 0$ et $\omega \rightarrow \infty$. Indiquer dans ces conditions la nature du filtre que constitue le circuit.

Exercice 3

On rappelle les équations de Maxwell dans le vide :

- * $\text{div} \vec{E} = 0$ équation de MAXWELL-GAUSS
- * $\text{div} \vec{B} = 0$ équation de MAXWELL relative au flux
- * $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ équation de MAXWELL-FARADAY
- * $\text{rot} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ équation de MAXWELL-AMPERE

Une onde plane progressive monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{m}$, se propage dans le vide. A tout instant t , son vecteur champ électrique complexe $\vec{E}$ au point $P(x, y, z)$ a pour composantes cartésiennes $\underline{E}_x, \underline{E}_y, \underline{E}_z$ avec :

$$\begin{cases} \underline{E}_z = 0 \\ \underline{E}_x = E_0 \exp j\Phi \text{ où } \Phi = \frac{k}{3}(2x+2y+z) - \omega t \end{cases}$$

L'amplitude E_0 vaut 10^{-4}Vm^{-1} . j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$. ω est la pulsation temporelle et k est un scalaire réel positif. c désigne la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3 \cdot 10^8 \text{m.s}^{-1}$) et ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide ($1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{S.I}$).

On rappelle que 1eV (1 électron-volt) vaut $1,6 \cdot 10^{-19}$ joule.

- 1) Donner la relation entre c , N et λ puis calculer la fréquence N de l'onde.
- 2) Calculer la valeur numérique de k .

- 3) Indiquer l'équation cartésienne des plans d'onde puis exprimer le vecteur unitaire de la direction de propagation de cette onde.
- 4) À l'aide de l'équation de MAXWELL-GAUSS, établir l'expression de $\underline{E}_y$ en fonction de $\underline{E}_x$. Préciser le déphasage entre ces deux composantes de $\vec{E}$.
- 5) On cherche le champ d'induction magnétique en notation complexe sous la forme $\vec{B} = \vec{B}_0 \exp(-j\omega t)$ Calculer en fonction de $\underline{E}_x$ les composantes cartésiennes du vecteur champ magnétique complexe $\vec{B}$ de l'onde.
- 6) Calculer en fonction de Φ la densité d'énergie électromagnétique u au point P et à la date t .
- 7) Calculer la valeur moyenne $\langle u \rangle$ de u sur une période, en fonction de E_0 et ϵ_0 . Exprimer la valeur numérique de $\langle u \rangle$ en eV .
- 8) Calculer en fonction de Φ , les composantes cartésiennes du vecteur de POYNTING $\vec{R}$ de l'onde.
- 9) Calculer sa valeur moyenne temporelle $\langle \vec{R} \rangle$.
- 10) En déduire une relation entre $\langle \vec{R} \rangle$ et $\langle u \rangle$. Conclure sur la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique dans le vide.