

Concours d'entrée en 1ère année du cycle préparatoire

Epreuve de mathématiques :

(Durée: 1h15min)

- La documentation, les calculatrices et les téléphones portables sont interdits
- Parmi les réponses proposées elle n'y en a qu'une qui est juste
- **Règles de notation :**
- Réponse Juste= **1 point** ; Réponse fausse= **-1 point** ; Pas réponse= **0 points**
- Plus qu'une case cochée= **-1 point**

Exercice n° 1

1. $\int_k^2 \text{Ln}\left(\frac{x-1}{x}\right) dx = -2\ln 2 + \ln(k-1) \quad \text{où } k \in]1; 2[$
2. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x \, dx = \frac{3\sqrt{3}}{11}$
3. $\int_{-2}^0 \left(|x+1| + \frac{4}{x-1} \right) dx = 1 - 4\ln 3$
4. $\int_0^2 (x-2)e^{2x+1} \, dx = \frac{5}{4}e - \frac{13}{7}e^5$

Exercice n° 2

Pour tout réel x , on pose $G(x) = \int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}}$

1. G est une fonction paire
2. G est croissante sur $\left[0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$
3. G est croissante sur $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right[$
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x) = 1$

Exercice n° 3

Une grandeur y décroît au cours du temps t selon la loi $y(t) = y_0 2^{-t}$, où y_0 désigne la valeur initiale en $t = 0$.

La valeur moyenne de y entre les instants 0 et T .

1. $(1 - 2^{-T})$
2. $T \ln 2$
3. $\frac{y_0}{\ln 2} (1 - 2^{-T})$
4. $\frac{y_0}{T \ln 2} (1 - 2^{-T})$

Exercice n° 4

Soit la fonction $f(x) = \ln|e^x - e^{2x}|$

1. La fonction f est strictement décroissante sur $] -\infty; 0[$
2. La fonction f est strictement croissante sur $] 0; \frac{1}{2}[$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$
4. La droite d'équation $y = 3x$ est asymptote à la courbe C représentative de f quand $x \rightarrow +\infty$

Exercice n° 5

En quel(s) point(s) la courbe $y = \sqrt{2x} + \sqrt{\frac{2}{x}}$ admet-elle une tangente parallèle à l'axe des abscisses?

1. aucun
2. $(2; 3)$
3. $(1; 2\sqrt{2})$
4. $(8; 6)$

Exercice n° 6

Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{x-1} e^{\frac{1}{x}}$

1. La droite d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à la courbe C représentative de f quand $x \rightarrow +\infty$
2. La fonction f est strictement décroissante sur $] -\infty; 0[$
3. f est impaire
4. La fonction f est strictement croissante sur $] 1; +\infty[$

Exercice n° 7

La contraposée de la proposition suivante: $\forall x \in R, \forall y \in R, x \succ y \Rightarrow f(x) = f(y)$

1. $\exists x \in R, \exists y \in R, f(x) = f(y) \text{ ou } x \leq y$
2. $\forall x \in R, \forall y \in R, f(x) \neq f(y) \Rightarrow x \leq y$
3. $\exists x \in R, \exists y \in R, f(x) = f(y) \text{ et } x \leq y$
4. $\forall x \in R, \forall y \in R, x \succ y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$

Exercice n° 8

La négation de la proposition suivante: $\forall a \in R, \forall b \in R, a \leq b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$

1. $\forall a \in R, \forall b \in R / (a \leq b \Rightarrow f(a) \geq f(b))$
2. $\exists a \in R, \exists b \in R / (a \leq b \text{ ou } f(a) < f(b))$
3. $\exists a \in R, \exists b \in R / (a \leq b \text{ et } f(a) < f(b))$;
4. $\exists a \in R, \exists b \in R / (a > b \text{ et } f(a) < f(b))$

Exercice n° 9

On considère la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in N, u_{n+1} = \ln(1 + u_n) \end{cases}$$

1. $\forall n \in N, u_n \leq 0$
2. la suite (U_n) est strictement croissante
3. la suite (U_n) est décroissante
4. $\forall n \in N, u_n > 1$

Exercice n° 10

L'ensemble S des solutions réelles du système suivant :
$$\begin{cases} 2^{\frac{1}{x}} 2^{\frac{1}{y}} = 32 \\ 2^x 2^y = \sqrt[5]{32} \end{cases}$$

1. $S = \left\{ \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2} \right); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3} \right) \right\}$
2. $S = \left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3} \right)$
3. $S = \left\{ \left(\frac{1}{5}; \frac{2}{3} \right); \left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2} \right) \right\}$
4. $S = \left\{ \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right); \left(\frac{1}{4}; \frac{3}{5} \right) \right\}$

Exercice n° 11

En effectuant une division, déterminer les paramètres a et b pour que le polynôme

$$A = x^3 + ax + b \text{ soit divisible par } B = x^2 - 3x + 2$$

1. $a = 4$ et $b = 2$
2. $a = 7$ et $b = 2$
3. $a = 6$ et $b = -3$
4. $a = -7$ et $b = 6$

Exercice n° 12

Deux tireurs A et B font feu simultanément sur une cible. La probabilité pour A de toucher la cible est estimée à $\frac{4}{5}$; la probabilité pour B est de $\frac{3}{4}$.

La probabilité que la cible soit atteinte est :

1. $\frac{7}{20}$
2. $\frac{19}{20}$
3. $\frac{12}{20}$
4. $\frac{1}{20}$

Exercice n° 13

Une urne contient y boules dont 3 sont blanches, les autres étant rouges.

A l'occasion du tirage, sans remise, de deux boules, la probabilité d'obtenir une boule blanche puis une boule rouge est égale à $\frac{1}{4}$. Calculer y :

1. $y = 8$
2. $y = 12$
3. $y = 4$ et $y = 9$
4. $y = 12$ et $y = 8$

Exercice n° 14

De combien de manières différentes un professeur peut-il choisir un ou plusieurs élèves parmi 6 ?

1. 55
2. 6
3. 63
4. 48

Exercice n° 15

Le prix d'un article a subi trois baisses successives de 20%. De quel pourcentage ce prix a-t-il diminué au total ?

1. 60 %
2. 48,8%
3. 44,6%
4. 52,5%