

Concours d'accès en 1^{ière} année des ENSA Maroc Juillet 2025

Épreuve de Mathématiques
Durée 1h30

Non autorisés: Calculatrices, téléphones, smartwatches et tous types de documents.

Question 1. Le nombre complexe:

$$Z = (-1 + i\sqrt{3})^{2010} + (-1 - i\sqrt{3})^{2010}$$

La valeur de Z est:

A. 2^{2009}

B. $2i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \exp\left(\frac{i4\pi}{3}\right)$

C. $2 \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \exp\left(\frac{i2\pi}{3}\right)$

D. 2^{2011}

Question 2. Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation

$$z^6 = (1 - i)\bar{z} \quad (1)$$

On note z une solution non nulle quelconque de l'équation (1). Alors:

A. $|z| = 1$

B. $|z| = \sqrt{3}$

C. $|z| = 2^{1/5}$

D. $|z| = 2^{1/10}$

Question 3. Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation

$$z^2 + z + 1 = \frac{1}{z + 1} \quad (2)$$

On note z_1 et z_2 les solutions non réelles de l'équation (2). On a:

A. $|z_1| = |z_2|$

B. $|z_1| > |z_2|$

C. $|z_1| < |z_2|$

D. $|z_1| = 2|z_2|$

Question 4. On note S l'ensemble des points du plan complexe M dont l'afixe z vérifie

$$|z - 3| = \frac{\sqrt{2}}{2} |z - 5|.$$

Alors:

A. $S = \emptyset$

B. $L = \mathbb{C}$

C. S = le cercle de centre $(1, 0)$ et de rayon $2\sqrt{2}$

D. S = le cercle de centre $(0, 1)$ et de rayon $\frac{1}{2}$

Question 5.

Dans le plan complexe, on considère les points A, B, C et D d'affixe respective $1, -1, i$ et $-i$. On note $\mathbb{U}$ l'ensemble des nombres complexes de module 1. Si $M \in \mathbb{U}$, on note $p(M)$ le produit des distances de M aux points A, B, C, D :

$$p(M) = MA \times MB \times MC \times MD.$$

On pose $m = \sup_{M \in \mathbb{U}} p(M)$. Alors la valeur de m est:

A. $m = 1$	B. $m = 2$	C. $m = 3$	$m = +\infty$
------------	------------	------------	---------------

Question 6. Soit a l'entier naturel défini par:

$$(2025)^{2025} \equiv a \pmod{7} \quad (3)$$

La valeur de a est:

A. $a = 3$	B. $a = 2$	C. $a = 5$	D. $a = 1$
------------	------------	------------	------------

Question 7. Le PGCD de $3^{123} - 5$ et 125 est:

A. 1	B. 5	C. 25	D. 125
------	------	-------	--------

Question 8. On considère la suite (u_n) définie par:

$$u_n = \frac{\ln(1 + \sqrt{n})}{\ln(1 + n^3)}$$

On note $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

A. $L = 1$	B. $L = \sqrt{3}$	C. $L = \frac{1}{6}$	D. $L = \frac{1}{3}$
------------	-------------------	----------------------	----------------------

Question 9. Soit (u_n) la suite numérique définie par l'équation

$$u_0 = 1$$

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + 2u_n}, \quad \forall n \geq 0.$$

En considérant la suite $v_n = \frac{1}{u_n}$, on trouve:

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} nu_n = 0$	B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} nu_n = 1$	C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} nu_n = \frac{1}{2}$	D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} nu_n = \frac{1}{4}$
--	--	--	--

Question 10. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on définit

$$u_n = \sqrt{n + \sqrt{n - 1 + \sqrt{\dots + \sqrt{1}}}}$$

La limite L de la suite (u_n) est:

A. $L = 1$	B. $L = \frac{\pi}{2}$	C. $L = +\infty$	D. $L = 0$
------------	------------------------	------------------	------------

Question 11. On pose pour $n \in \mathbb{N}^*$:

$$S_n = \sum_{k=1}^{2n+1} \frac{1}{\sqrt{n^2 + k}}$$

La limite de S_n est:

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

Question 12. En admettant que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre réel

$$(3 + \sqrt{5})^n + (3 - \sqrt{5})^n$$

est un entier pair, la limite

$$L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos((3 + \sqrt{5})^n \pi)$$

vaut:

A. $L = 0$

B. $L = -1$

C. $L = 1$

D. $L = \frac{\pi}{4}$

Question 13. Soit $a > 0$, alors

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} - \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}} \quad (4)$$

est:

A. $-\frac{1}{\sqrt{2a}}$

B. $-\frac{1}{\sqrt{a}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{a}}$

D. $-\frac{2}{\sqrt{a}}$

Question 14. On note I_n la suite définie par:

$$I_n = \int_0^1 \frac{x}{1+x^{2n}} dx.$$

La limite L de I_n est:

A. $L = \frac{1}{2}$

B. $L = \frac{3}{2}$

C. $L = 0$

D. $L = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Question 15. La valeur de l'intégrale

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} x^2 \ln(x^2 + 1) dx \quad (5)$$

est:

A. $I = \sqrt{3} \ln(2) - \frac{\pi}{9}$

B. $I = \sqrt{3} \ln(2) + \frac{\pi}{9}$

C. $\frac{I}{2} \left(\sqrt{3} \ln(2) - \frac{\pi}{9} \right) =$

D. $I = \sqrt{3} \ln(2)$

Question 16. Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{2 \ln(x)}{x(1 + (\ln(x))^2)}$.

La primitive de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1 est:

A. $\ln(1 + (\ln(x))^2)$

B. $(\ln(x))^2$

C. $2 \ln(1 + (\ln(x))^2)$

D. $\frac{x \ln(x)}{\ln(x) + 1}$

Question 17. Dans l'espace $\mathbb{R}^3$ rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le plan (P) d'équation $2x - 5y - 6z + 4 = 0$ et (S) la sphère de centre $\Omega(2; -2; 3)$ et de rayon 3, alors:

A. (P) coupe (S) suivant un cercle de rayon 3 et de centre Ω

B. (P) coupe (S) suivant un cercle de rayon 3 et de centre le point de coordonnées $(2; 2; 3)$

C. (P) est tangent à (S) au point de coordonnées $(2; 2; 3)$

D. (P) est tangent à (S) au point de coordonnées $(2; 0; -3)$

Question 18. On jette deux fois de suite une pièce de monnaie non truquée et on note les arrivées de pile et de face. Soit p la probabilité d'avoir deux fois face sachant que le premier jet a donné face.

A. $p = \frac{1}{2}$

B. $p = \frac{1}{3}$

C. $p = \frac{1}{4}$

D. $p = \frac{3}{4}$

Question 19. Une usine fabrique des composants électroniques et dispose d'une machine pour tester s'ils sont défectueux ou non. Les résultats sont comme suit:

- **Si le composant est défectueux:** la machine le détecte dans 90% des cas et dans 10% des cas elle échoue.
- **Si le composant n'est pas défectueux:** la machine l'indique correctement dans 99% des cas et elle échoue dans 1% des cas.

On tire au hasard un composant dans une large population où l'on sait que 0.1% des composants sont défectueux, et on note p la probabilité qu'un composant tiré au hasard soit détecté défectueux par la machine.

Alors $p =$

A. $p = 1.041\%$

B. $p = 1.089\%$

C. $p = 1.025\%$

D. $p = 1\%$

Question 20. On jette n fois de suite un dé non truqué numéroté de 1 à 6, $n \geq 2$, et on note les numéros des faces obtenues. Soit p_n la probabilité d'avoir un nombre inférieur ou égale à 3 dans le second jet sachant que le premier jet a donné la face numéro 2. Soit $p = \lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.

La valeur de p est:

A. $p = \frac{1}{2}$

B. $p = \frac{1}{3}$

C. $p = \frac{1}{6}$

D. $p = 0$