

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES - Rabat
CONCOURS D'ENTREE EN 1^{re} ANNEE
CANDIDATS TITULAIRES DU DEUG
EPREUVE DE MECANIQUE

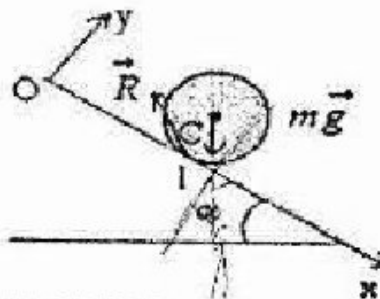
Durée : 1h30mn

Juillet 2017

Les deux problèmes sont indépendants.

I- Un cylindre homogène, de centre d'inertie C , de rayon R , de masse m et de moment d'inertie J par rapport à son axe est lâché sans vitesse initiale sur un plan incliné faisant l'angle α avec l'horizontale.

On désigne par f le coefficient de frottement de glissement entre le cylindre et le plan incliné.



Soit $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ le repère lié au plan incliné.

I : Point de contact entre plan et cylindre.

1) Montrez que : $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$

2) On note $\vec{\Omega} = \dot{\theta} \cdot \vec{e}_z$ le vecteur rotation du cylindre. C est défini par : $\vec{OC} = x \cdot \vec{e}_x + R \cdot \vec{e}_y$
 Déterminez les composantes T et N de la réaction $\vec{R}$ du plan sur le cylindre :

$$\vec{R} = -T \cdot \vec{e}_x + N \cdot \vec{e}_y$$

3) Sachant que si A et B sont deux points d'un solide de vecteur de rotation $\vec{\Omega} / R$, on a :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{\Omega} \wedge \vec{BA},$$

montrez que la condition de roulement sans glissement du cylindre est :

$$\dot{x} = -R \cdot \dot{\theta}$$

Rappel : Roulent sans glissement si : $\vec{V}(I / R) = 0$

4) En appliquant le théorème du moment dynamique au cylindre, montrez que :

$$T = \frac{m \cdot \ddot{x}}{2}$$

5) Sachant que la loi de frottement s'écrit :

$T < N \cdot f$: en cas de roulement sans glissement

$T = N \cdot f$: en cas de glissement

Montrez que le roulement sans glissement a lieu si : $\tan(\alpha) < 3 \cdot f$

6) Calculez l'énergie cinétique du cylindre et en déduire sa vitesse à l'arrivée sur le plan horizontal (distance parcourue L).

Exercice 1 : Somme de deux courants sinusoïdaux

Deux courants sinusoïdaux sont d'expressions :

$$i_1(t) = I_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$i_2(t) = I_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Exprimer l'amplitude de la somme des deux courants i_1 et i_2 en fonction des différents paramètres.

Exercice 2 : Interaction entre particules chargées

On considère deux particules A (fixe) et B (mobile), de même masse m et de charge respective Q_A et Q_B . On considère la force de Coulomb entre ces deux particules comme étant la seule force en jeu dans ce problème.

1. Rappeler l'expression de la force de Coulomb notée F .
2. En adoptant la référence d'énergie potentielle nulle lorsque B est à l'infini, déterminer l'énergie potentielle dont dérive la force F . Où se situe le point d'équilibre de B ?
3. On suppose $Q_A = Q_B = Q$ et B est à l'infini. On lance B vers A avec la vitesse v_0 . A quelle distance minimale B s'approche-t-elle de A ?
4. On suppose cette fois $Q_A = -Q_B = Q$. Où se situe le point d'équilibre de B ?
5. En adoptant toujours la référence d'énergie potentielle nulle lorsque B est à l'infini, avec $Q_A = -Q_B = Q$ et B est à une distance a de A. Quelle vitesse minimale $v_{\min}$ faut-il donner à B pour qu'elle puisse s'échapper à l'infini ?

Exercice 3 : Accélération de particules chargées positivement

Entre deux électrodes, positive et négative, existe une tension électrique U de 2000 V. On injecte une particule de charge positive de masse m et de charge q (Exemple, un proton) sans vitesse initiale à proximité de l'électrode positive.

1. Décrire la nature du mouvement auquel sera soumis le proton ?
2. Déterminer analytiquement et numériquement en m/s et km/h sa vitesse finale ?

On donne :

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

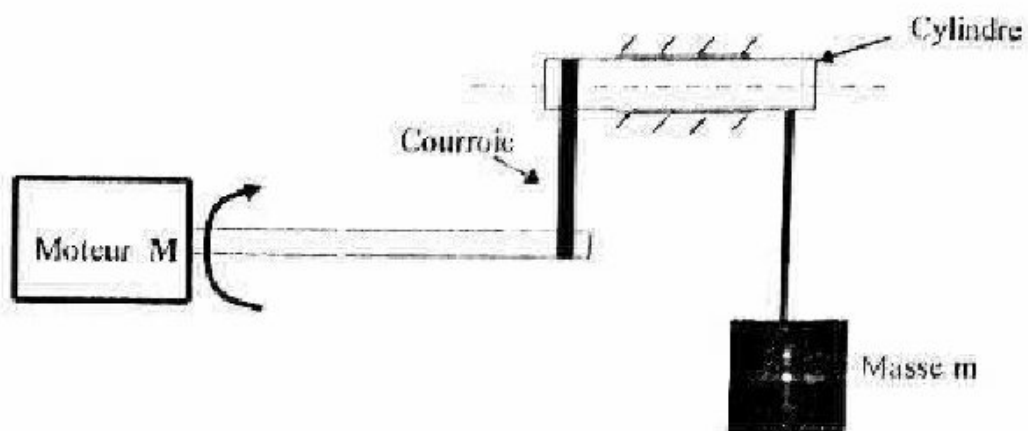
Exercice 4 : Mouvement d'un électron dans un champ magnétique

On considère des électrons préalablement accélérés à la vitesse $v_0 = 2,7 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.

Lorsqu'on les soumet à un champ magnétique B de valeur 0,10 T, ces électrons de charge $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ et de masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ suivent des trajectoires circulaires. Déterminer analytiquement et numériquement :

1. Le rayon des trajectoires.
2. La vitesse angulaire du mouvement.

II- Un monte charge est constitué d'un moteur M de vitesse de rotation N (trs/mn), d'un cylindre entraîné par courroie et d'un câble approprié permettant de soulever une masse m .



Pour soulever la masse m d'une hauteur H , le moteur effectue n tours.
Calculez :

- 1- Le couple moteur C_m ;
- 2- La vitesse de rotation du moteur N (tours/mn).

On donne :

- $H = 20$ m
- $m = 600$ Kg
- $n = 200$ tours
- Puissance du moteur : $P = 2000$ W

On suppose que le rendement du moteur est $r = 80\%$.

Barème : I- 15 points II- 5 points

I- 1) 2 pts 2) 3 3) 2 4) 3 5) 3 6) 2

II- 1) 2 2) 3 pts