



## Concours d'accès en 1<sup>ère</sup> année des ENSA Maroc Juillet 2015

**Epreuve de Mathématiques**

**Durée : 1h30 min**

Q1. La somme

$$\frac{1}{2} \left( \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \right) - 34 =$$

A) 2012

B) 2013

C) 2014

D) 2015

Q2.  $n \in \mathbb{N}^*$

$$\sum_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}} \text{Min}(i, j) =$$

A)  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

B)  $\frac{n(n+1)}{3}$

C)  $\frac{n(n+2)}{3}$

D)  $\frac{(n+1)(n+2)}{6}$

Q3. Soit le réel

$$\lambda = \sqrt[3]{3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}} - \sqrt[3]{-3 + \sqrt{9 + \frac{125}{27}}}$$

En calculant  $\lambda^3$ , montrer que :

A)  $\lambda = 0$

B)  $\lambda = 1$

C)  $\lambda = 2$

D)  $\lambda = 3$

Q4.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sin(n)}{3} \right)^n =$$

A) 1

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{2}{3}$

D) 0

Q5.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^{2n+1} \frac{n}{n^2 + k} =$$

A) 0

B) 1

C) 2

D) k



Q6.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{10x} - e^{7x}}{x} =$$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

Q7.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( 1 + \sin^2 \left( \frac{1}{x} \right) \right) \ln x =$$

A) 1

B) 0

C)  $-\infty$

D)  $+\infty$

Q8.

$$\int_0^1 \frac{e^x}{(10 - 3e^x)^2} dx =$$

A)  $\frac{1}{3} \left( \frac{1}{10 - 3e} - \frac{1}{7} \right)$

B)  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{10 - 3e} + \frac{1}{7} \right)$

C)  $\frac{1}{3} \left( \frac{1}{10 - e} - \frac{1}{7} \right)$

D)  $\frac{1}{10 - 3e}$

Q9.

$$\int_1^e \left( \frac{\ln x}{x} \right)^2 dx =$$

A)  $-\frac{5}{e}$

B)  $2 + \frac{5}{e}$

C)  $\frac{5}{e}$

D)  $2 - \frac{5}{e}$

Q10.

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx =$$

A)  $\ln \left( \frac{4}{3} \right)$

B)  $\frac{4}{3}$

C)  $\ln \left( \frac{5}{3} \right)$

D)  $\frac{5}{3}$

**Problème 1:**

On considère plusieurs urnes de boules  $U_1, U_2, \dots, U_n, \dots$  telles que: la première urne,  $U_1$ , contient trois boules jaunes et deux boules vertes et chacune des autres urnes contient deux boules jaunes et deux boules vertes.

On réalise des tirages successifs de la manière suivante:

- on tire au hasard une boule de  $U_1$ ;
- on place la boule tirée de  $U_1$  dans  $U_2$ , puis on tire une boule dans  $U_2$ ;
- on place la boule tirée de  $U_2$  dans  $U_3$ , puis on tire une boule dans  $U_3$ ;
- ...etc.

Pour tout entier  $n \geq 1$ , on note  $E_n$  l'événement "la boule tirée de  $U_n$  est verte" et  $P_n = P(E_n)$  sa probabilité.

**Q11.** La valeur de  $P_1$  est

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| A) 0,54 | B) 0,40 | C) 0,44 | D) 0,64 |
|---------|---------|---------|---------|

**Q12.** Sachant qu'on a tiré une boule verte de  $U_1$  et qu'on l'a placée dans  $U_2$ , la probabilité de tirer une boule verte de  $U_2$  est

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| A) 0,60 | B) 0,83 | C) 0,80 | D) 0,33 |
|---------|---------|---------|---------|

**Q13.** La valeur de  $P_2$  est

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| A) 0,44 | B) 0,46 | C) 0,48 | D) 0,45 |
|---------|---------|---------|---------|

**Q14.** La relation entre  $P_n$  et  $P_{n+1}$  est

|                         |                         |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| A) $P_{n+1} = 5 + 5P_n$ | B) $P_{n+1} = 2 + 5P_n$ | C) $P_{n+1} = 5 + 2P_n$ | D) $5P_{n+1} = 2 + P_n$ |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|

**Q15.** En étudiant le comportement de la suite  $P_n$ , peut-on confirmer qu'après un grand nombre de tirage on a

|                                                 |                                                  |                                                   |                                                 |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| A) une chance sur deux de tirer une boule verte | B) une chance sur trois de tirer une boule verte | C) une chance sur quatre de tirer une boule verte | D) une chance sur cinq de tirer une boule verte |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-------------------------------------------------|

**Problème 2:**

Le plan complexe  $P$  est rapporté au repère orthonormal direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ; unité graphique 1cm.  
Soient  $A, B$  et  $C$  les points d'affixes respectives  $a = 2$ ,  $b = 3 + i\sqrt{3}$  et  $c = 2i\sqrt{3}$ .

Q16. La mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$  vaut

- A)  $90^\circ$       B)  $95^\circ$       C)  $85^\circ$       D)  $180^\circ$

Q17. L'affixe  $w$  du centre  $\Omega$  du cercle circonscrit au triangle  $ABC$  est

- A)  $1 - i\sqrt{3}$       B)  $1 + i\sqrt{3}$       C)  $-1 + i\sqrt{3}$       D)  $-1 - i\sqrt{3}$

Q18. On note  $A_n$  le point d'affixe  $z_n$ , où  $z_n$  est la suite de nombres complexes, de premier terme  $z_0 = 0$ , et telle que, pour tout entier naturel  $n$ :

$$z_{n+1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z_n + 2.$$

On considère la suite  $t_n = z_n - w$ .

En faisant remarquer que  $w$  est solution de l'équation  $z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} z + 2$ . La suite  $t_n$  vérifie la relation:

- A)  $t_{n+1} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2} t_n$       B)  $t_{n+1} = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2} t_n$       C)  $1 + i\sqrt{3} t_{n+1} = 2 t_n$       D)  $1 + i\sqrt{3} t_n = 2 t_{n+1}$

Q19. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ , on a

- A)  $A_{n+6} = 2A_n$       B)  $A_{n+6} = -A_n$       C)  $A_{n+6} = A_n$       D)  $A_{n+6} = -2A_n$

Q20. La valeur de  $A_{2015}$  est

- A)  $-1 + 2i\sqrt{3}$       B)  $3 + i\sqrt{3}$       C)  $3i\sqrt{2}$       D)  $-1 + i\sqrt{3}$