.ENIM.

Concours d'accès en première année de L'ENIM

Épreuve d'ALGÈBRE

13 Juillet 2009

Exercice 1 On considère l'élément suivant de $M_3(\mathbb{R})$:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \beta\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{3}{2} \\ +\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & \beta\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Déterminer le nombre réel β pour que la matrice A soit diagonalisable.

Expliciter alors une base de vecteurs propres de A.

Problème 1 On considère l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ muni de sa base canonique $B = (e_1, e_2, e_3)$. Soient α un nombre réel et U l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ canoniquement associé à la matrice :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\sin\alpha \\ -1 & 0 & \cos\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \end{pmatrix}$$

1 - Calculer U^3

2 - Soit f l'application qui à tout nombre réel x associe l'endomorphisme $I + xU + \frac{x^2}{2}U^2$ où I désigne l'application identique de $\mathbb{R}^3$.

Pour tout couple (x,y) de nombres réels, a-t-on $f(x+y) = f(x)\,f(y)$? Justifier votre réponse.

En déduire que, pour tout nombre réel x, l'endomorphisme $f(x)$ est un automorphisme de $\mathbb{R}^3$, et déterminer l'application réciproque de $f(x)$.

3 - On pose $f_1 = \cos\alpha\, e_1 + \sin\alpha\, e_2$. Les vecteurs f_1, $f_2 = U(e_1)$ et $f_3 = U(e_2)$ constituent-ils une base de $\mathbb{R}^3$?

Déterminer la matrice associée à U dans cette base.

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1938 - Wadifa Info - page 1/3

Problème 2

Soient n un entier supérieur à 3, a, b et c des nombres complexes. On considère l'élément suivant de $M_n(\mathbb{C})$:

$$M_{a,b,c} = \begin{pmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ c & a & b & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & c & a & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c & a \end{pmatrix}$$

; l'élément a figure uniquement sur la diagonale de $M_{a,b,c}$.

1 - Calculer le déterminant de $M_{a,b,c}$

2 - Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres de $M_{a,b,c}$.

3 - Si aucun des deux nombres complexes b et c n'est nul, la matrice $M_{a,b,c}$ est-elle diagonalisable ? Justifier votre réponse.

Exercice 2

Déterminer les polynômes P à coefficients complexes tels que :

$$P(X^2) + P(X).P(X+1) = 0 .$$

---

wadifa-info.com نماذج المباريات من موقع وظيفة إنفو

Source: www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/1938 - Wadifa Info - page 2/3

Wadifa Info

www.wadifa-info.com

Le sujet suivant à préparer — **النموذج التالي للتحضير**

نموذج مباراة ولوج سلك التكوين الأساسي - المدرسة الوطنية العليا للإدارة - دورة 26 نونبر 2016 -

Modèle de concours d'accès au cycle de formation initiale – École Nationale Supérieure de l'Administration – 26 novembre

www.wadifa-info.com/fr/modele-concours/640

Chaîne WhatsApp — **قناة واتساب**

المباريات الجديدة والنتائج كل يوم

Nouveaux concours et résultats chaque jour

www.wadifa-info.com/wa

Chaîne YouTube — **قناة يوتيوب**

امتحانات تجريبية بالتصحيح، بالدارجة

Examens blancs corrigés, expliqués en darija

youtube.com/@wadifainfo

Envoyer à un ami — **أرسل النموذج لصديق**

شارك هذا النموذج على واتساب مع من يحضّر معك

Partagez ce sujet sur WhatsApp

wa.me